Ｇ３－０１
報告519

算数・数学科における，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力を育成するための具体的な指導の在り方

－ 小中9年間の系統性をふまえた文章題の指導を通して －

計算はできるが文章題は苦手であったり，答えはわかるが自分の考えをかき表すことができなかったりする児童生徒がいる。その原因の1つは，文章題を解くために必要な「筋道を立てて考える力」や，「推論の過程を言葉や式などで表現する力」が十分に育っていないことであると考える。

そこで，本研究では，「筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力」を，小中9年間の系統性をふまえて育成するために，その具体的な指導の在り方を考えた。その中で，文章題を解く際に，児童生徒の思考を支えるといわれている線分図に着目し，その効果や有効性を考察した。

小学校第５学年と中学校第１学年での実践授業における児童生徒の姿を紹介しながら，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力を育成するための具体的な指導の在り方について報告する。

目　　　次

はじめに ………………………… 1

第１章　文章題の指導における課題と育成したい力

第１節　文章題の指導における課題
（１）諸調査の結果から見えてくる課題 …… 1
（２）文章題の指導における課題 ………… 3

第２節　文章題の指導を通して育成したい力
（１）文章題の指導の意義 ……………… 5
（２）筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力とは …………… 5
（３）小中9年間でどのように育成するか … 6

第２章　研究の概要

第１節　研究で大切にしたい視点
（１）発達段階をふまえた指導の在り方 …… 8
（２）頭の中で考えていることの視覚化 …… 8
（３）小中9年間の系統性をふまえた文章題の指導 ………………………… 10

第２節　線分図を活用した文章題の指導の在り方
（１）文章題における小中9年間の線分図の位置づけ ………………………… 11
（２）線分図で視覚化することによる利点 … 12

第３章　小学校第５学年での実践を通して

第１節　実践の様子とその分析
（１）問題の理解の場面 ……………… 15
（２）解法の計画と実行の場面 ………… 16
（３）結果と解法の反省の場面 ………… 20
（４）説明の場面 ……………………… 20

第２節　実践を通して見えてきたこと
（１）線分図のかき方の指導 …………… 21
（２）文章題を指導する上での留意点 …… 23

第４章　中学校第１学年での実践を通して

第１節　実践の様子とその分析
（１）問題の理解の場面 ……………… 25
（２）解法の計画と実行の場面 ………… 26
（３）説明の場面 ……………………… 29

第２節　実践を通して見えてきたこと
（１）中学校で線分図を効果的に活用するために ……………………………… 30
（２）文章題を指導する上での留意点 …… 31

おわりに ………………………… 32

＜研 究 担 当＞　山田　正人　（京都市総合教育センター研究課研究員）

＜研究協力校＞　京都市立紫野小学校
京都市立嘉楽中学校

＜研究協力員＞　山岸　芳子　（京都市立紫野小学校教諭）
大場　尚博　（京都市立嘉楽中学校教諭）

はじめに

計算をすることはできるが文章題を解くことは苦手であったり，文章題で答えは出せるが自分の考えをかき表すことができなかったりする児童生徒がいる。また，文章題を解くとき，手が止まってしまう児童生徒もいる。それらの原因の1つは，文章題を解くために必要な「筋道を立てて考える力」や，「推論の過程を言葉や式などで表現する力」が十分に育っていないことであると考える。

そのことは，国際調査（PISA2003，TIMSS2003）や国内調査（教育課程実施状況調査，特定の課題に関する調査など）の分析結果の報告からも推察される。また，中央教育審議会でも「論理的に思考し適切に表現する力を，国語力の育成とも関連させながら，確実に育成することが重要である」⑴との意見が出されている。

以上のような筆者の経験則や諸調査の結果から，「筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力」を育成するための指導が求められていると感じている。

そこで，本研究では，「筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力」を，小中9年間の系統性をふまえて育成するために，その具体的な指導の在り方を考える。

小中9年間の学びの中で，具体物を操作して考える段階から，抽象的な思考を行う段階へと深まってゆく過程において，つまずく子どもが多いと言われる。そのような子どもにとって，頭の中で考えていることを視覚的に表現することが，思考力や表現力の育成につながるのではないかと考え，研究を進める。その中で，文章題を解く際に，児童生徒の思考を支えるといわれている線分図に着目し，その効果や有効性を探っていく。

なお，本研究における「文章題」とは，「文章で書かれている，構想された生活上の問題全般」を指すことをつけ加えておく。これは，『わくわく算数指導書』⑵と飯田⑶の考えをもとに筆者が定義した。以下，すべてこの意味で使っている。

⑴ 中央教育審議会 初等中等教育分科会 教育課程部会『審議経過報告』　2006.2
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/06021401/all.pdf　p.35　2008.1.16

⑵ 啓林館『わくわく算数指導書　第1部　総説』　p.249

⑶ 飯田慎司「文章題」『算数・数学科重用用語300の基礎知識』明治図書 2000.12　p.203

第１章　文章題の指導における課題と育成したい力

第１節　文章題の指導における課題

（１）諸調査の結果から見えてくる課題

児童生徒の実態をとらえる方法として，調査結果の分析がある。今日までいろいろな調査がされてきたが，ここでは3つの国内調査の結果から，本研究に関わる課題に焦点を絞り，児童生徒の実態をふまえた指導上の改善点を明らかにする。

①平成15年度教育課程実施状況調査より

2004年1月～2月に国立教育政策研究所が実施した「平成15年度教育課程実施状況調査」について見ていく。その結果をまとめた「結果の概要及び教科別分析」の中で，「小・中学校を通して，数量や図形についての基礎的・基本的な知識・技能を習得し，多面的にものを見る力や論理的に考える力を培うために，学習指導要領の趣旨をふまえ，実生活における事象と関連を図りながら，数学(算数）的活動に取り組んでいくことが必要」⑷と前置きしたうえで，「指導上の改善点」として以下の点を挙げている。

【指導上の改善点】
＜小学校＞⑸
○数量や図形についての基礎的・基本的な内容を確実に身につける指導の工夫
・子どもたちが様々な作業的･体験的な活動(算数的活動）に取り組めるようにする指導
○数学的な考え方を読み取る力や表現する力を高める指導の工夫
・子ども同士での学び合いの活動を取り入れる
○問題解決の過程を重視する指導の工夫
○算数を生活に生かしたり，数学的に発展させたりする指導の工夫
＜中学校＞⑹
○数と式，式についての意味理解の定着
・計算技能を高めるだけではなく，意味理解を伴った計算能力の伸長
○推論の過程を的確に表現する能力の育成
○小学校との連携，高等学校との連携を考えた指導

②特定の課題に関する調査（算数・数学）より

2005年1月～2月に国立教育政策研究所が実施した「特定の課題に関する調査（算数・数学)」につ

いて見ていく。その結果をまとめた「調査の概要」の中で，「指導の改善の具体策」(7)として以下の点を挙げている。

【指導の改善の具体策】
「数学的に考える力」に関して
○日常生活と結びつけた指導の充実
○解決の方法や考え方に着目した指導の充実
○根拠を明らかにしながら論理的に筋道を立てて説明させる指導の充実
「計算に関する力」に関して
○整数段階から演算決定を丁寧に扱い，計算の意味を理解させる指導
○計算のきまりの機械的暗記でなく，具体的場面と結びつけた指導
○計算方法だけでなく，「なぜ計算するか」，「何がわかるか」を考えさせる指導

③学力定着調査より

2007年2月に京都市教育委員会が教育研究会と共催で実施した「学力定着調査」を見ていく。その結果をまとめた「報告」の中で，学年別の調査結果の考察や指導上の留意点として，以下の点を挙げている。

【調査結果の考察や指導上の留意点】
＜小学校算数＞(8)
1年「問題場面の挿絵と問題文から演算決定する問題」
・どうしてそのような演算にしたのかという「わけ」を考える活動を重視する。
2年「数量の関係を表すテープ図を選ぶ問題」
・自分なりにわかりやすく図に表せる力をつけていくことが大切である。
3年「問題文から数量関係を見つけて立式する問題」
・自分なりの考えを絵や図にかき，それをもとにして立式していくことが大切。
5年「同じものを差し引く考えを用いる問題」
・問題の数量関係をとらえやすくするために簡単な図や線分図で表すことが大切。
＜中学校数学＞(9)
1年「問題文から数量関係を見つけて立式する問題」
・生徒が，自分のとらえた数量の関係を，ことばの式や数量の関係を示す線分図などで表す機会を設ける。

以上の3つの国内調査の結果をみたとき，指摘されている共通の課題の1つに，問題解決の過程を重視する指導を充実させることが挙げられる。このことをより具体的に述べるならば，「演算決定の理由や計算の意味理解などを大切にする指導を充実させる」「推論の過程を表現したり，根拠を明らかにしながら論理的に筋道を立てて説明したりする指導を充実させる」ということになるだろう。その際に，問題に含まれている数量の関係や計算の意味などについて実感を伴って理解できるように，算数的活動や数学的活動を積極的に取り入れることも重要であると思われる。

この算数的活動や数学的活動を取り入れることは，現行の学習指導要領でも強調されている。具体的にどのような活動を意味するのかについて，学習指導要領解説では算数的活動と数学的活動を以下のように説明している。

＜算数的活動＞(10)
目的意識をもって取り組む算数に関わりのある様々な活動
作業的・体験的な活動など手や身体を使った外的な活動を主とするものがある。また，活動の意味を広くとらえれば，思考活動などの内的な活動を主とするものも含まれる。
＜数学的活動＞(11)
身の回りに起こる事象や出来事を数理的に考察する活動
日常，不思議に思うこと疑問に思うことなどを，既に身につけた知識をもとによく観察し問題点を整理したり，見通しをもって結果を予想したり，解決するための方法を工夫したり，たどり着いた結果やその過程についても振り返って考えたり，また，事象の中に潜む関係を探り規則性を見いだしたり，これを分かりやすく説明したり一般化したりするなどの活動。

この説明からも，問題解決の過程を重視する指導を充実させることと，算数的活動や数学的活動を積極的に取り入れることとは，同一のものであるということができるだろう。例えば，前述の「学力定着調査」の報告から，「自分のとらえた数量の関係を，言葉，絵，線分図などで表す活動」を充実させる必要があることがわかる。これはまさに算数的活動や数学的活動を積極的に取り入れることであり，同時に問題解決の過程を重視する指導を充実させることでもあるといえる。

また，問題解決の過程を重視する指導は，単に算数・数学の世界で行われるだけでなく，日常生活と算数・数学を結びつけて行われることが大切である。さらに，小学校での指導と中学校での指導を別々に考えるのではなく，小中9年間の系統性をふまえた指導を充実させていくことが求められていると考える。

このような考察から，筆者は，諸調査の結果から見えてくる指導課題を次のようにまとめた。

【諸調査の結果から見えてくる指導課題】
ア．問題解決の過程を重視する指導の充実
・演算決定の理由や計算の意味理解などについて，筋道を立てて考えさせる指導の充実
・推論の過程を表現させたり，根拠を明らかにしたりしながら論理的に筋道を立てて説明させる指導の充実
イ．生活と算数・数学を結びつけた指導の充実
ウ．小中9年間の系統性をふまえた指導の充実

これらの指導課題を指導者が意識し，普段から問題解決の過程を重視した授業を展開することが大切であろう。そして，毎日の授業の中で，筋道を立てて考えさせたり，自分の考えを表現させたりする指導の充実を図っていきたいものである。

そこで本研究では，日常生活と算数・数学が結びついた文章題の指導を通して，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力を育成したいと考えた。そのためには，これまでの文章題の指導における課題をつかんでおく必要がある。

そこで，次の項では，前述のア～ウの指導課題を意識した中でこれまでの文章題の指導を振り返り，改善することができる点や工夫を加えることができる点などを挙げながら，文章題の指導における課題を明らかにしていく。

（２）文章題の指導における課題

文章題の指導における課題は様々であるが，筆者は本研究の中で「数量関係の把握，演算決定を重視すること」「思考過程を表現する活動を重視すること」の2点に注目した。この2点の課題は，どちらも前述のアに深く関わることである。

①数量関係の把握，演算決定を重視すること

文章題を解くとき，児童生徒はどのような場面でつまずくのだろうか。計算問題であれば，計算の仕方を理解することによって機械的に解くことができる。しかし，文章題では問題によって異なる文章で表現されており，演算記号も明示されていない。そのため，文章を読んで立式する際に，数量関係が把握できなかったり，演算決定ができなかったりして,つまずくことが多いと思われる。

例えば，「平成15年度教育課程実施状況調査」において，小学校第6学年で出題された「分数の乗法と除法の問題」(12)では，文章を読んで正しく立式できた児童は36.7%であった。

【分数の乗法と除法の問題】
水そうに水を入れています。
$\frac{2}{3}$分間に$\frac{5}{6}\ell$ の水が入ります。
同じ割合で水を入れていくと，1分間では何ℓの水が入りますか。
答えを求める式を□の中に書きましょう。

この問題では，問題文の中の数量が分数であったため，数量関係を把握することが児童にとって難しかったということもあるだろう。しかし，数量が整数であっても，分数であっても，数量関係を正確に把握し，どの演算で答えが導かれるかを判断し，立式できる力を育成することが大切である。「文章題では,結果よりも思考過程を大切にした授業を展開していくことが重要である」(13)との指摘があるように，文章題を解く際に，数量関係を把握したり，演算を決定したりする場面を繰り返し設定する必要があると考える。

では，文章題の指導において，数量関係の把握や演算決定はどのようになされるべきなのだろうか。

数量関係の把握については，「生徒が，自分のとらえた数量の関係を，ことばの式や数量の関係を示す線分図などで表す機会を設けることが必要である」(14)との指摘がある。頭の中で整理して考えることが苦手な児童生徒にとって，数量関係をことばの式や線分図などで表すことには大きな意義がある。したがって,小中9年間の学びの中で,数量関係を把握するための活動を意識的に設けていくことが必要であると考える。

演算決定については，「数と計算の指導の中で，演算決定と立式の指導の強化が求められている。指導の実態を調査する中で，演算を決定し式に表すことは大変重要な学習であるが，計算能力を高める指導と比べ，演算決定が軽視されている傾向がある」(15)との指摘がある。

正しく計算できることを重視してきたように，正しく演算決定を行うことにも力点を置くことが大切だろう。数量関係を把握する力や演算を決定する力が高まるにつれて，数量についての感覚が豊かになり，計算の意味を理解する能力も高まると思われる。そうなれば，計算処理能力が高まることにもつながる。つまり，計算処理能力，数量関係を把握する力，演算を決定する力は同時に育成していくことで相互に高まりあうものであると考える。したがって，計算処理能力を高めるためにも，数量関係の把握や演算決定を重視すること

は必要なのである。

また，数量関係を把握する力や演算を決定する力を育成するためには，指導者の問題の与え方も工夫する必要がある。「たし算の学習後にたし算の適応題ばかり与え，ひき算の学習後にひき算の適応題ばかり与えていたのでは，自ら演算を決定する能力は身に付かない」(16)との指摘がある。児童生徒が「この問題もわり算で解くのだろう」「これも方程式の問題だろう」と安易に考えられたり，推測できたりしてしまうような問題の与え方になることがある。

問題解決の際にどの演算を使うのかを，児童生徒自身が自ら考えなければならないような問題提供を，継続的に繰り返し行うことが必要であると考える。

②思考過程を表現する活動を重視すること

これまでの文章題の指導の中で，思考過程を表現する活動は行われてきている。例えば，問題文を読んで答えを出すまでの間に，式の形で表現するという活動が挙げられる。また，「問題文に○○と書いてあるから，こういう式ができました」といった説明で，自分の考えを表現するという活動も挙げられる。

では，これからの文章題の指導の中で，思考過程を表現する活動としてどのようなことをする必要があるのだろうか。

筆者は，思考過程を視覚化することが必要な活動の1つであると考える。頭の中で数量関係を把握することが困難なとき，絵や図などをかいて考えることは有効な手段の1つだろう。児童生徒が問題の中の数量関係を把握し演算決定できているかということは，立てた式によって判断することができる。しかし，児童生徒が立式できなかった場合は，その児童生徒がどこまで理解しているかということを,指導者が把握することは難しいだろう。そこで，児童生徒が文章題を解くとき，文章を読んで立式するまでの思考過程を絵や図などの目に見える形で表現することは，指導者にとっても大きな意味があると考える。

また，「題意をしっかりと理解できていないことや関係図や線分図を正しくかいて，それらの図をもとに答えを求めることに慣れていないための誤答も多かった」(17)との指摘もある。普段の授業の中で，図をかいたり，かいた図をもとに式を立てたりする習慣をつけ，文章題を解くとき，図を利用できる児童生徒を育てていきたいものである。「低学年の図は簡単であるが,その相互的な関係を整理し，かけるようになっておかないと高学年になって要素が複雑になるととても難しいものとなる」(18)との指摘からもわかるように，小中9年間の学びの中で，問題解決の際に図をかくという活動を意識的に設けていくようにしたい。

問題文をじっと見つめたまま，頭の中で考えようとしたが数量関係を整理することができずに，無解答となる児童生徒を目にすることがある。そのような場合に考えを進めるきっかけとなるように，数図ブロックなどを操作する活動，絵をかく活動，テープ図・線分図などの図をかいたり，図の意味をよみとったりする活動を，発達段階にあわせて継続的に行っていく必要があるだろう。

さらに，自分はこう考えたということを絵や図などで表現することで，それを見せながら自分の考えを説明することができる。また，他の人の思考過程について説明を受けるときにも，絵や図などを見ながら聞くことによって，考え方が理解しやすくなったり，理解が深まったり，新たな発見をしたりするであろう。そのように，思考過程を絵や図などで表現し，それを使って自分の考えを説明する活動を積極的に行っていくことが大切であると考える。

これまでの文章題の指導における課題を以上のようにとらえ，文章題の指導改善に向けて大切にしたいことを以下にまとめた。

【文章題の指導改善に向けて大切にしたいこと】

①数量関係の把握，演算決定を重視すること
- 数量関係を把握する活動を取り入れる
- 演算を決定する活動を取り入れる
- 演算決定を目的とした問題を継続的に繰り返し実施する

②思考過程を表現する活動を重視すること
- 問題文の中の数量関係を線分図などで表す機会を低学年から設ける
- 自分の考えを絵や図などで表現する活動を取り入れる
- 自分の考えを表現した絵や図などを用いて説明する活動を取り入れる

これらのことを大切にしてこれからの文章題の指導を改善し，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力を育成していく必要があると考える。またその際に，前頁でまとめた指導課題についても意識しながら，具体的な指導の在り方を考えていかなければならないことは言うまでもない。

第２節　文章題の指導を通して育成したい力

（１）文章題の指導の意義

文章題の指導に関する具体的なことは，学習指導要領に明示されていない。そこで，2つの文献から文章題を指導する意義について述べていく。

1つ目の文献は，京都市で使われている教科書を出版している啓林館の指導書(19)である。この中で，次のように述べている。

> 「文章題」は，学習指導要領の内容としては特に示されてはいませんが，学習指導要領の「第3指導計画の作成と各学年にわたる内容の取扱い」の1-(2)「論理的な思考力や直観力，問題解決の能力を育成するため，実生活における様々な事象との関連を図りつつ，作業的・体験的な活動など算数的活動を積極的に取り入れるようにすること。」にあたるものと考えています。

このように，実生活における事象を算数と結びつけ，算数的活動を通して論理的な思考力や直観力，問題解決の能力を育成することが，文章題を指導する意義の1つである。したがって，中学校においても数学的活動を取り入れながら文章題の指導を行う必要があると考える。

2つ目の文献は，明治図書の書籍である。この中で片桐(20)は，文章題を指導する意義として次のようなことが考えられると述べている。

【文章題を指導する意義】
- 新しい内容の学習の動機やねらいをもたせる。
- 数や計算の用いられる場合や意味などの理解に欠かせないものである。
- 学習した知識や技能が適切に使えるようにする。適用練習のための問題はこれである。
- 実際の場で算数が適切に用いられるようにする。
- 問題の作成や解決や一般化を通して，問題解決の能力・態度を伸ばし，数学的な考え方を育てる。これが重要な意義である。

以上の2つの文献から，文章題の指導の意義は次の4点であると筆者は考える。

①新しい学習内容への動機づけをする

新単元の導入に身近な事象の文章題を用いることで，新しい計算の仕方を学ぶ必要性を感じさせるわけである。したがって，導入時の文章題では，どんなことを何のために学習しようとしているのかをつかませる必要がある。

②数や計算の用いられる場面や意味などを，実感を伴って理解できるようにする

計算の仕方などを機械的に学ぶのではなく，文章題を用いることによって，計算の仕方やその意味などを具体的に学ぶことができるわけである。例えば，「2.4÷1.6」の計算の仕方を学習するとき，「24÷16」と計算してよいと指導することは機械的な学習である。この計算を，「1.6ℓ の砂の重さは2.4kgです。1ℓ の重さは何kgですか」という文章題を用いることで，「砂は16ℓ で24kgになるから，1ℓ の重さは24÷16で求められる」と考えられる。このように，実感を伴って理解できるように指導する必要がある。

③具体的な場面で算数・数学を活用できるようにする

「計算の仕方を知っている」「確実に計算できる」だけでなく，具体的な場面で既習内容を使って問題解決ができるようにするわけである。したがって，数量関係を把握したり，演算を決定したりする活動を大切にする必要がある。

④問題解決の過程を通して数学的な考え方を育てる

文章題では，問題文の中に解き方が書かれていないため，問題解決の方法を考える過程で，考える力が育成されるわけである。したがって，文章題が解ければよいということではなく，どのように考えたか，よりよい方法はないかなど，問題解決の過程を重視する必要がある。

以上の4点を意識し，算数的・数学的活動を取り入れながら文章題の指導を行っていかなければならないと考える。ただ単に公式を理解するだけということではなく，算数的・数学的活動を通して実感を伴った理解がなされるようにすべきである。そうすることで，筋道を立てて考える力や自分の考えを表現する力が育成されると考える。

（２）筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力とは

筆者は，文章題の指導を通して育成しようとしている，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力をそれぞれ2つに分け，次のように考えた。

【文章題の指導を通して育成したい「筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力」】

「筋道を立てて考える力」
〇数量関係を把握する力
〇演算方法を決定する力

「自分の考えを表現する力」
〇思考過程を絵や図などで視覚的に表現する力
〇思考過程を説明する力

本項では,「筋道を立てて考える力」と「自分の考えを表現する力」を具体的に述べていく。

①筋道を立てて考える力

算数科の目標の1つに,「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てる」(21)ことが掲げられている。

このことについて,小学校学習指導要領解説では,「算数科においては,問題を解決したり,判断したり,推論したりする過程において,見通しをもち筋道を立てて考える力を高めていくことを重要なねらいとしている」(22)と解説している。

そこで本研究では,筋道を立てて考える力を育成するために,次の2点を大切にしたいと考える。

○問題文の中の数量関係を把握する力の育成

既知事項や求答事項を把握し,数量の対応関係や大小関係を正しくとらえることは,文章題の解決に必要不可欠なことである。

○演算方法を決定する力の育成

把握した数量の関係をもとに,どの演算を使えばよいかを判断することも,文章題の解決に必要不可欠なことである。

上記の2点を大切にすることによって,筋道を立てて考える力が高まるものと思われる。

以上のことから,数量関係を把握する力と演算を決定する力を, 文章題の指導を通して育てたい,筋道を立てて考える力と考えた。

②自分の考えを表現する力

本研究では,自分の考えを表現する力を育成するために,次の2点を大切にしたいと考える。

○思考過程を絵や図などで表現する力の育成

これは,文章,絵,図,式,表,グラフなどをかく力である。視覚的に表現することが筋道を立てて考えるための支援となり,自分自身の理解を深めることになるものと思われる。

○思考過程を他の人に説明する力の育成

これは,絵や図を使いながら説明したり,言葉で説明したり,動作で説明したりするなどの力である。他の人に説明することが筋道を立てて考えるための練習となり,自分自身の理解をより深めることになるものと思われる。それと同時に,説明する力も鍛えられていくと考える。

以上のことから,自分の思考過程を絵や図などで視覚的に表現する力と自分の思考過程を説明する力を,文章題の指導を通して育てたい,自分の考えを表現する力と考えた。

(3)小中9年間でどのように育成するか

筋道を立てて考えたり,自分の考えを表現したりする力は,一朝一夕で身につくものではない。児童生徒の発達段階に合わせ,小中9年間を見通した中で,段階をふんで育成していくことが大切であろう。

そこで,文章題の指導を通して小中9年間でどのように育てるか,筆者の考えを次頁の表1-1にまとめた。その際,小学校および中学校の『学習指導要領解説』(23)(24)や『評価規準の作成,評価方法の工夫改善のための参考資料』(25)(26)を参考にした。

筋道を立てて考えたり,自分の考えを表現したりする力は,表1-1のように小中9年間の系統性をふまえて育成していくことが大切であると考える。

本研究では,この力を,文章題の指導において線分図を活用して育成したいと考え,その具体的な指導の在り方を追究していく。

(4) 国立教育政策研究所教育課程研究センター『平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査結果の概要及び教科別分析』2005.9 p.55
(5) 前掲(4) pp..55～56
(6) 前掲(4) pp..56～57
(7) 国立教育政策研究所教育課程研究センター『特定の課題に関する調査(国語,算数・数学)の概要』http://www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei/04002000000007001.pdf 2008.1.16
(8) 京都市教育委員会『学力定着調査報告(小学校 算数)』2007.7
(9) 京都市教育委員会『学力定着調査報告(中学校 数学)』2007.5
(10)文部省『小学校学習指導要領解説 算数編』1999.5 p.14
(11)文部省『中学校学習指導要領(平成10年12月)解説-数学編-』1999.9 pp..5～6
(12)前掲(4) pp..145～146
(13)前掲(8) p.52
(14)京都市教育委員会『学力定着調査報告(中学校 数学)』2006.5 p.28
(15)京都市教育委員会『学力定着調査報告(小学校 算数)』2006.7 p.54
(16)前掲(8) p.19
(17)前掲(15) p.61
(18)前掲(8) p.38
(19)啓林館『指導書 小学校算数 確かな学力のために「数と計算」「問題解決」領域』p.81
(20)片桐重男『算数教育の新しい体系と課題 第9巻 数学的な考え方を育てる「問題解決・文章題」の指導』明治図書 p.17

(21) 文部科学省『小学校学習指導要領(平成10年12月)』
平成10年12月告示　平成15年12月一部改正　p. 33
(22) 前掲(10)　p. 17
(23) 前掲(10)
(24) 前掲(11)
(25) 文部科学省『個に応じた指導に関する指導資料 －発展的な学習や補充的な学習の推進－（小学校算数編）』p. 193
(26) 文部科学省『個に応じた指導に関する指導資料 －発展的な学習や補充的な学習の推進－（中学校数学編）』p. 311

表1-1 「筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力」を育成するための小中9年間の系統表

	筋道を立てて考える力		自分の考えを表現する力	
	数量関係を把握する力	演算方法を決定する力	思考過程を絵や図などで視覚的に表現する力	思考過程を説明する力
小・第一学年	絵，数図ブロックなどを用いて，加法や減法の順思考の問題で，数量関係を把握できる。	整数の加法と減法が用いられる場合を理解し，具体的な場面で演算決定できる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵をかくなどの表現や，＋や－の記号を用いた式での表現ができる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵をかくなどの視覚的な表現を使って，「○○が○○して...」などのように話せる。
小・第二学年	絵，数図ブロック，テープ図などを用いて，乗法の順思考，加減の逆思考，乗法と加減法の混合の問題で，数量関係を把握できる。	加法と減法の相互関係，整数同士の乗法が用いられる場合を理解し，具体的な場面で演算決定できる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵やテープ図をかくなどの表現や，×の記号を用いた式や文章での表現ができる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵をかくなどの視覚的な表現を使って，「○○だから○○して...」などのように話せる。
小・第三学年	絵，線分図，関係図などを用いて，除法の順思考，乗法の逆思考，簡単な四則混合の問題で，数量の関係を把握できる。	整数同士の除法が用いられる場合を理解し，具体的な場面で演算決定できる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵や線分図や関係図をかくなどの表現や，÷の記号を用いた式での表現ができる。	場面を劇化する，教具を操作する，絵をかくなどの視覚的な表現を使って，「○○だから○○のように考えた」などのように話せる。
小・第四学年	絵，線分図，関係図などを用いて，除法の逆思考，簡単な四則混合，倍の問題で，数量の関係を把握できる。	小数の加法と減法が，整数と同様に考えられること，乗法と除法の相互関係を理解し，具体的な場面で演算決定できる。	絵や線分図や関係図をかくなどの表現や，四則混合の式，( )を用いた式での表現ができるようにする。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，数量関係を把握する過程，演算を決定する過程，計算の仕方を説明することができる。
小・第五学年	絵，線分図，関係図などを用いて，いろいろな四則混合，割合，いろいろな逆思考の問題で，数量の関係を把握できる。	小数の乗法と除法や，同分母の分数の加法と減法が，整数と同様に考えられることを理解し，具体的な場面で演算決定できる。	絵や線分図や関係図をかくなどの表現，四則混合の式，△や□などの記号を用いた式での表現ができる。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，数量関係を把握する過程，演算を決定する過程，計算の仕方を他人にわかりやすく説明することができる。
小・第六学年	絵，線分図，関係図，面積図などを用いて，速さ，比，割合の逆思考，応用問題で，数量の関係を把握できる。	異分母の分数の加法と減法や，分数の乗法と除法が，整数と同様に考えられることを理解し，具体的な場面で演算決定できる。	絵や線分図や関係図や面積図をかくなどの表現や，四則混合の式での表現ができる。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，数量関係を把握する過程，演算を決定する過程，計算の仕方を他人にわかりやすく説明することができる。
中・第一学年	絵や線分図などを用いて，文字を使った問題（割合，速さ，過不足など）で，数量の関係を把握できる。	文字を使った四則混合の演算においても，数のときと同様に考えられることを理解し，具体的な場面で演算決定できる。	数量やその関係を，絵や線分図にかき表したり，文字式，一元一次方程式，xとyの関係式に表したりできる。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，思考過程を他人にわかりやすく説明することができる。
中・第二学年	絵や線分図などを用いて，文字を使った問題（割合，速さ，過不足など）で，数量の関係を把握できる。	文字を使った四則混合の演算においても，数のときと同様に考えられることを理解し，具体的な場面で演算決定できる。	数量やその関係を，絵や線分図にかき表したり，文字式，連立二元一次方程式，xとyの関係式に表したりできる。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，根拠を明らかにしながら，思考過程を他人にわかりやすく説明することができる。
中・第三学年	絵や面積図を用いて，文字を使った問題（面積など）で，数量の関係を把握できる。	文字を使った四則混合の演算においても，数のときと同様に考えられることを理解し，具体的な場面で演算決定できる。	数量やその関係を，絵や面積図にかき表したり，文字式，二次方程式，xとyの関係式に表したりできる。	線分図をかくなどの視覚的な表現を使って，根拠を明らかにしながら，思考過程を他人にわかりやすく説明することができる。

第２章　研究の概要

この章では，「発達段階をふまえた指導」「頭の中で考えていることの視覚化」をキーワードにして，研究で大切にしたい視点と線分図を活用した文章題指導の在り方について述べていく。

第１節　研究で大切にしたい視点

（１）発達段階をふまえた指導の在り方

発達段階をふまえた指導の在り方について，まず，ピアジェの認知発達の理論を援用し，算数・数学教育と照らし合わせて述べていく。

その後，ヴィゴツキーの認知発達の理論を援用し，算数・数学教育と照らし合わせて少し述べる。

その際，3つの文献(27)(28)(29)を参考にした。

＜ピアジェの認知発達の理論から＞

①直観的思考の段階（4～7，8歳頃）

この段階の子どもは，同じ概念のものを仲間として分類するなどの概念化が進むが，見かけに惑わされやすいところがあり，思考は直感的である時期とされている。

したがって，例えば計算の概念を理解させるときには，直観的に理解できるように，具体物や数図ブロックや紙テープなどの教具を使うようにするとよいだろう。

ただし，同数のおはじきであっても，おはじきの間隔が広いほど数が多いと認識してしまうため，数図ブロックを並べるときは，間隔などの並べ方を意識する必要があると思われる。

また，この段階の子どもは，自分の視点での物の見方，考え方が強い段階でもあるとされている。

そのため，数図ブロックを使った学習などでは，指導者が動かして見せても，子どもは自分の視点でとらえることが難しい。したがって，指導者が提示するよりも，子どもが自ら動かしてみる方が効果的であると考える。

②具体的操作の段階（7，8歳頃～11，12歳頃）

この段階の子どもは，実際に見ることができる事象や頭の中で表象できる事象は論理的に考えたり，推理したりできるようになる時期とされている。

したがって，例えば逆思考の問題を考えるときなどに視覚的な表現を用いることは，子どもが論理的に考えるための支援になると考える。

また，この段階の子どもは，論理的に考えたことを説明する際に，理由づけができるようにもなる時期とされている。

したがって，自分の考えを説明する機会を設け，説明する力を育成することも必要な時期であると考える。

③形式的操作の段階（11，12歳頃～）

この段階の子どもは，あらゆる可能性を仮定して論理的に考えられるようになる。つまり，仮説演繹的な形で推理することが可能になる時期とされている。

したがって，第三者がかいた線分図であっても，意味を理解したり，その図からアイディアをもらって自分の考えに生かしたりすることができると考える。

また，この段階の子どもは，直接経験や具体的なイメージの支えがなくても考えることができるが，11，12歳頃までの具体的操作の十分な遂行が前提である。具体的操作が不足していると，形式的操作の段階に進むことができないため，そのような子どもには直接経験や具体的なイメージによる支えが必要になるとされている。

そこで，形式的操作の段階に進むことができない子どもには，絵や図などの視覚的な表現が効果的であるだろう。したがって，線分図を活用することは，具体的操作が不足している子どもにとっての支援になると考える。

＜ヴィゴツキーの認知発達の理論から＞

上述の具体的操作の段階にある子どもは，コミュニケーションの言語としての「外言」と，思考の手段としての内面化された言語である「内言」が分化し始め，こうした思考の内面化がさらに進むとヴィゴツキーは指摘している。

このことから，「テープ図や線分図をかくこと」を「算数・数学的な外言」ととらえると，この外言を通して思考の内面化が促進されると筆者は考える。そして，自分がかいた線分図を自ら説明することも，思考の内面化を促進するために必要な時期であると思われる。

（２）頭の中で考えていることの視覚化

①視覚化の意義

人が物事を考えるとき，キーワードを書き出すことで考えを整理したり，図式化することでわかりやすくまとめたりすることがある。これは，頭の中で考えていることを視覚的に表現すること

で，考えがより鮮明になるからであろう。このことについて，伊藤は，「児童は画像的表象を用いて視覚的思考を働かせることにより柔軟な思考を展開することができる」(30)と述べている。

算数・数学科においても，頭の中で考えていることを視覚化する場合がある。例えば，小学校の低学年の児童が，1桁のたし算やひき算をする際に，自分の手の指を使って考えることがある。また，小学生だけでなく大学生でも，いろいろな計算をする際に式を書いたり，筆算で計算したりすることがある。これらは，いずれも，視覚的に表現して考えること，実際に自分で操作して考えることが，思考を支えていると思われる。

藤村は，文章題解決の支援について「図やモデルの操作を通じて課題状況を理解させることは，特に小学校中・高学年の文章題解決や概念理解の促進に対して有効であろう」(31)と述べている。

また，中学校における，数学的な見方や考え方の良さを体験的に知ることができる例として，「図形に表してみることにより，視覚に訴え，事象を数値だけのときよりも，わかりやすくとらえられることがある」(32)と指摘し，線分図などがそれにあたると述べている。

銀島は，「問題解決に当たっては，与えられた条件や問題解決の過程を式や言葉，図でかいたりして，筋道を立てて考えられるようにすることが重要である。指導に当たっては，問題が解決できない場合や答えを間違えてしまった場合に，自分が考えた道筋を振り返らせて，どこでつまずいたのか，どこで間違えたのかということに気づかせたり，友達同士で話し合わせたりする活動を取り入れることが考えられる」(33)と述べている。

以上のように，頭の中で考えていることを視覚化することにはいろいろな意義があり，児童生徒の思考を支える上で効果的であるといえよう。

したがって，文章題の指導においても，頭の中で考えていることを視覚化する手段として線分図を活用することは，思考力や表現力を育成するために有効な方法であると考える。

②視覚化に着目した指導の在り方

算数・数学科の指導において視覚化に着目した指導はいろいろあるが，本研究では線分図に着目し，その効果を探っていく。ただし，本研究における「線分図」とは，「数をその大きさに対応する長さとして直線状に割り当てた数直線に対して，数量の関係を相対的な長さとして表したのが線分図である」(34)という定義のもとで使っていることをつけ加えておく。

問題文を読み，線分図にかき表すことで，問題をとらえ直したり，筋道を立てて考える際に思考を支えたりするという視覚化の意義は前述の通りである。

そこで，児童生徒が自分の力で線分図をかいたり，その線分図をもとに立式したりできるようにする必要があると考える。つまり，指導者が与えた線分図によって子どもが理解するのではなく，子どもが自ら線分図をかいて考えられるようにしていかねばならないということである。

数量だけがかかれていない線分図を指導者が提示し，そこに数量のみを書き込ませるだけでは，線分図をかける子どもは育たないだろう。数量関係を把握しやすくした図を見て立式する力は育成されても，問題文を読んで線分図をかく力には結びつかないからである。

したがって，児童生徒が頭の中で考えていることを，自分の力で視覚化するための具体的な指導の在り方を考えることが大切であると考える。

では，視覚化に着目した指導は具体的にどのように行えばよいのだろうか。

土居下らは，問題解決における方略の指導について研究し，以下のように指摘している。

> 授業を通して，児童の線分図の内容・立式の割合の変化を調べてきたが，やはり問題の構造を把握するためにはより完成度の高い線分図をかくことが効果的であるということはいえる。
> そのためには
> ・線分図を見る機会，かく機会を多くとる
> ・読みとる力をつける指導の工夫をする
> ・線分図をかき，問題の構造を把握する習慣をつける
> ことが大切である。とくに低レベルの児童については，まだ構造の単純な3年生の段階で線分図の指導をしっかりすることが，高学年における布石となると考えられるのである。　(35)

このことから筆者は，視覚化に着目した指導において大切にすべきであると考えたことを3点挙げる。

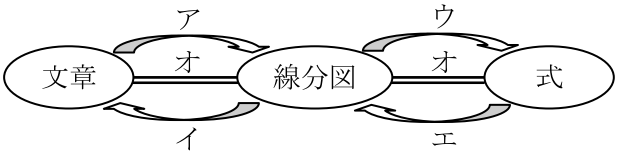
1つ目は，視覚化の活動の機会を増やすことである。発達段階に合わせ，継続的にかく活動を行うことで少しずつかけるようになる。かく機会を増やすだけでよいとは思わないが，機会を増やすことで慣れさせることも大切であると思われる。

2つ目は，文章と式と線分図の3つの表現におい

て相互に変換させる指導をすることである。これについて，平井は次のように述べている。

> 「文章」は提示された課題そのものであるが，問題場面を文章で表現したものと考えると，160÷3.2という式は問題場面を式で表現したものと言えよう。そして，「線分図」は問題場面を線分図で表現したものということができる。
> 問題場面の正しい理解は，これらの3つの表現モードの間をスムーズに往き来することによって深められるものである。(36)

そこで筆者は，3つの表現において相互に変換させる指導を，図2-1のように考えた。



ア．文章を読んで線分図をかく（選ぶ）
イ．線分図を見て問題文をつくる（選ぶ）
ウ．線分図を見て式をつくる（選ぶ）
エ．式を見て線分図をかく（選ぶ）
オ．文章と線分図と式を結びつけて考える

図2-1　3つの表現において相互に変換させる指導

以上のように，線分図を文章と式の橋渡しとしながら，3つの表現において相互に変換させることにより，それぞれの表現を読みとったり結びつけて考えたりする力が育成されると思われる。そうなることによって，文章題の問題解決過程において，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする際に，線分図を活用できるようになると考える。

3つ目は，問題の情景や具体物・半具体物と結びつけて図の構造を理解させ，かき方を指導することである。例えば，図2-2のように，半具体物とテープ図を組み合わせた図を提示し，それを図2-3の線分図と結びつけながら図の構造を理解させるとよいであろう。このようにすることにより，線分図の線分が具体的に何を表したものなのかを，明確につかむことができると考える。

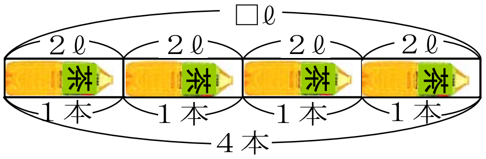


図2-2　半具体物とテープ図を結びつけた図

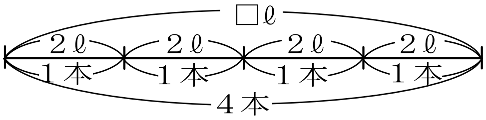


図2-3　図の構造を理解させるための線分図

（３）小中9年間の系統性をふまえた文章題の指導

ここでは，小中9年間の系統性をふまえた文章題の指導で，特に意識すべき点を3点挙げる。

①文章題の数量関係を把握する力は，小学校と中学校において同じである

中学校の文章題で方程式を立てるために必要な力は，小学校の積み上げが生かされる場合が多い。なぜなら，問題の中の数量に目をつけて既知事項や求答事項を抽出したり，数量関係を把握したりする力は，文章題を算数的に解く場合も数学的に解く場合も同様に必要な力であるということがいえるからである。

したがって，数量関係を把握する際に線分図を活用し，視覚的な表現を通して思考を深めることは，算数と数学における立式の方法を理解する上で効果的だと思われる。

このことは，「方程式を利用するにあたっては，数量の関係をとらえて，例えば，長さの関係，時間の関係，重さの関係など，ある特定の量に着目して式をつくるようにすること，また，とらえた関係を線分図で表したり表で表したりすることも有効である」(37)という指摘からもわかる。この点において，線分図は小中9年間をつなぐ手だての1つになると考えるのである。

②小学校と中学校では，問題解決過程における立式の際の思考に違いが見られる

前述の通り，文章題の数量関係を把握するということにおいては，小学校と中学校との間に差異はない。しかし，数量関係を把握してから立式に至るまでの思考に違いが見られると考える。

中学校の文章題では，求めるものを文字で表すことにより，順思考で立式する場合が多い。ところが，小学校の文章題では，わかっている数量を使って立式し，計算によって答えを求めるとき，逆思考で考えなければならない場合がある。中学校第１学年の方程式の単元で，問題文を読んでいきなり「x＝○○」という式をつくる生徒が見られるのは，逆思考の考え方で立式してしまうためである。つまり，等しい数量を見つけ出して等式をつくるのではなく，数量関係からxを求める手順を考えて「x＝」という総合式で表そうとしているのである。

このような，小学校と中学校の思考の違いを指導者がしっかり認識し，生徒に理解させることも大切なことだと考える。

③演算決定の力を継続的に育成する

啓林館の小学校教科書で，演算決定の力をつける箇所は，各学年において何箇所か設定されている。表2-1は，啓林館の小学校教科書の中で，演算決定の力をつけるために設定された箇所である。

表2-1　演算決定の力をつける箇所（啓林館の小学校教科書）

1年	「たすのかな　ひくのかな」pp..86〜87 「ものとひとのかず」pp..90〜91 「おいほうすくないほう」pp..108〜109 「もうすぐ2ねんせい」p.112
2年	「どんな計算になるのかな」上p.86，下pp..34〜35 「ドルフィンのまほう学校」 上pp..47〜49，pp..71〜73，p.90，下pp..64〜65 「もうすぐ3年生」下p.78，p.80
3年	「どんな計算になるのかな」上pp..34〜35 「計算のじゅんじょ」下pp..14〜15 「計算のきまり」下p.46 「ドルフィンのまほう学校」上pp..40〜41， pp..68〜69，p.78，下pp..12〜13，pp..43〜45 「もうすぐ4年生」下p.90
4年	「ドルフィンのまほう学校」 上pp..80〜81，下pp..30〜31 「式と計算のじゅんじょ」下pp..14〜15，p.17 「もうすぐ5年生」下p.78
5年	「どんな計算になるのかな」上pp..86〜87 「式と計算」上p.97 「ドルフィンのまほう学校」下pp..34〜35 「割合を使って」下pp..52〜53 「もうすぐ6年生」下p.75，pp..77〜78
6年	「どんな計算になるのかな」下p.40 「ドルフィンのまほう学校」下pp..54〜56 「算数パスポート」 下p.65，pp..67〜68，pp..70〜71

これらの箇所で継続的に演算を決定する力を育成することは大切であり，力点を置いて指導したいものである。しかし，筆者は，それ以外の授業においても常に演算決定を行う必要があると考える。たとえかけ算の単元の途中であっても，かけ算になるという根拠を明らかにして演算決定を行うことによって，なぜかけ算になるのかが確実に理解できるようになると考えるからである。

また，中学校の学習内容には，小学校の「かけ算」「わり算」のように，1つの演算の概念や演算の方法を学習する単元がない。中学校の文章題では常に演算を決定する力が必要とされるのである。つまり，小学校で育成された演算決定の力の積み上げが，中学校での学習に生かされることになると考える。

第２節　線分図を活用した文章題の指導の在り方

（１）文章題における小中9年間の線分図の位置づけ

線分図の指導については，学習指導要領に特別に明記されているわけではない。しかし，前述のように，小中9年間の文章題の指導の中で，必要に応じて適宜線分図のかき方や使い方を子どもたちに身につけさせることが，線分図を活用する上で大切であると考える。そこで，文章題における小中9年間の線分図の位置づけについて述べていく。

①線分図が使われている学年

表2-2は，啓林館の教科書において，線分図などの視覚的な表現がどの学年で使われているかを筆者がまとめたものである。

表2-2　視覚的な表現が使われている学年一覧

使われている学年を○印で示す		写真・絵	数図・図	テープ図	線分図	関係図	面積図	表
小学校	第１学年	○	○					
	第２学年	○	○	○				
	第３学年	○	○	○	○	○		
	第４学年	○	○		○	○		○
	第５学年	○	○		○	○		○
	第６学年	○	○		○	○	○	○
中学校	第１学年	○	○		○		○	○
	第２学年	○	○		○		○	○
	第３学年	○	○				○	○

ここからわかるように，線分図は小中9年間のすべての学年で使われているわけではない。具体物から離れて数や量を示す線分図は抽象的な表現であるため，低学年では使われていないのである。これは，子どもの発達段階を考慮したためであり，このことを指導者は十分に把握しておく必要があると考える。

②線分図が使われている場面

線分図は，数量関係の把握や答えの確かめなど，問題解決のための方略の1つとして使われている。小学校と中学校の啓林館教科書において線分図が使われている場面を調べると，主に次の3つであることが浮かび上がってきた。

○数量関係を把握する場面
○言葉の式を導く場面
○演算決定や立式を助ける場面

そして，小学校の啓林館教科書では，次の場面でも線分図が使われている。

〇計算の仕方を考える場面

以上の場面で，児童生徒の思考を支えるために線分図が使われていることがわかった。

③線分図に至るまでの段階

抽象的な表現である線分図は，児童生徒にとって理解し難い場合があるため，段階をふんで理解させる必要があると考える。図2-4は，線分図に至るまでの段階を図にまとめたものである。

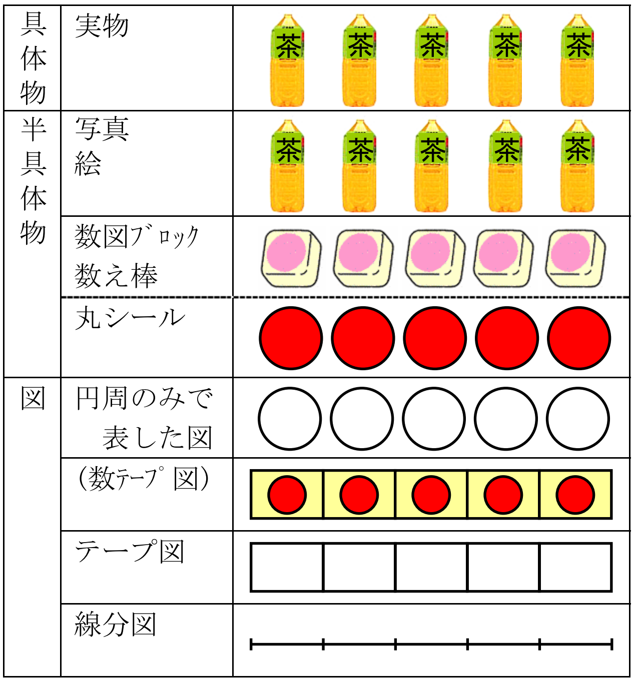


図2-4　線分図に至るまでの段階

これは，啓林館教科書で扱われているものと筆者の若干の経験則を交えて作成したものである。この図について，「具体物」「半具体物」「図」の3つに分けて説明する。

具体物は実物そのものであり，児童生徒にとって最も理解しやすいものである。

半具体物には2段階あると考える。第1段階は，写真や絵などである。この段階は具体物よりもやや抽象化されるが，まだ理解しやすいと思われる。第2段階は数図ブロックや丸シールなどである。この段階は写真や絵よりもさらに抽象化され，1対1対応で別のものに置き換える概念が必要になる。

図には3段階あると考える。第1段階は円周のみで表した図である。この段階は分離量として表現された図である。第2段階はテープ図である。ここから連続量として表現された図に変わるため丁寧な指導が必要である。そこで，数テープ図というものを間に挟みこんで指導することも1つの方法であると考える。第3段階は線分図である。幅のないテープ図が線分図であるといえるが，幅と長さで表現されるテープ図に対して，長さだけで表現される線分図には抵抗を示す児童もいることが予想される。したがって，テープ図から線分図への移行は丁寧に行いたいものである。

このように，線分図に至るまで段階をふんで丁寧な指導をすることが，線分図を活用する力を育む上で大切なプロセスになると考える。

（２）線分図で視覚化することによる利点

筆者は，文章題の解決過程の児童生徒の活動を，「問題の理解」「解法の計画と実行」「結果と解法の反省」の3つの場面に分けた。さらに，文章題の解決後の児童生徒の活動として，「説明」「振り返り」の2つの場面を加えた。文章題の解決過程については，ポリヤ(38)，伊藤(39)の考えを参考にした。

そして，線分図で視覚化することによる利点を，「児童生徒にとっての利点」と「指導者にとっての利点」に分け，次頁の図2-5のようにまとめた。

中村(40)，黒木(41)，小学校学習指導要領解説(42)の考えを参考にしながら，線分図で視覚化することによる利点を具体的に述べていく。

①児童生徒にとっての利点

【問題の理解の場面】

〇情景を把握することができる

例えば「5cmのリボンが4本あります」という情景を把握させるとき，絵や半具体物を使うことがある。そのようなときに線分図を使って情景を把握させることも可能であると考える。

〇条件の整理がしやすい

例えば数量関係領域で，「〇本の重さが△kgで，◇本の重さが□kgで･･･」という情報を表にまとめながら整理するように，情報を線分図にかき込むことで，条件の整理がしやすくなる。

〇数量の抽出を助ける

前記の条件整理をしながら，数量を線分図にかき込むことで，わかっているものは何かを見つけ出し，わかっているものの単位も含めて問題文から抽出することができる。

〇求答事項をはっきりさせる

前記の条件整理をしながら線分図にかき込むことで，求めるものは何かを見つけ出すと同時に，求めるものの単位は何かがはっきりする。また，線分図を見れば，何を求めようとしているのかを，いつでも振り返って確認することができる。

【解法の計画と実行の場面】

○数量関係を把握できる

数量の大小関係や対応関係を，視覚により量感を伴って把握することができる。また，等しい数量を見つけ出すことにも役立つ。

○演算方法を導き出すヒントになる

何算をすればよいのかがわからないとき，線分図は演算方法を導き出すヒントになる。ただし，そのためには線分図から演算決定するための手だてを指導しておく必要がある。

○答えを予測できる

計算をする前に線分図を見ることにより，答えの大きさがどの位になるのか見通しを立てることができる。

○計算の仕方を考えられる

線分図に細かく目盛りをつけることによって小数の計算の仕方を考えたり，線分図の数量関係に着目して方程式の解き方を考えたりすることができる。

○計算間違いを見つけられる

計算した答えが，計算する前に自分で予想した答えと概ね合っているか確認することができるので，自分の計算間違いを見つけることができる。

【結果と解法の反省の場面】

○答えが問題に適しているかを確かめられる

自分が出した答えと線分図を見比べ，大小関係や長さの情報を照らし合わせることによって，答えが問題に適しているかを確かめることができる。

○求答事項を確かめられる

○答えの単位を確かめられる

線分図には，求めるものやその単位が書かれているので，求答事項の確認が容易にできる。

【説明の場面】

○わかりやすい説明ができる

自分の考えを説明するとき，言葉だけでなく線分図を活用することで，視覚的な情報を伴ったわかりやすい説明ができる。

また，グループ学習などの時，他の人の線分図を見て新たな考え方に気づいたり，他の人の間違いに気づいて指摘したりと，コミュニケーションツールとしても役立つ。

【振り返りの場面】

○思考過程を振り返ることができる

線分図という形で自分の思考過程が残っているため，問題解決の過程で自分の考え方を振り返ったり，以前学習したことを確認するために内容を振り返ったりすることができる。

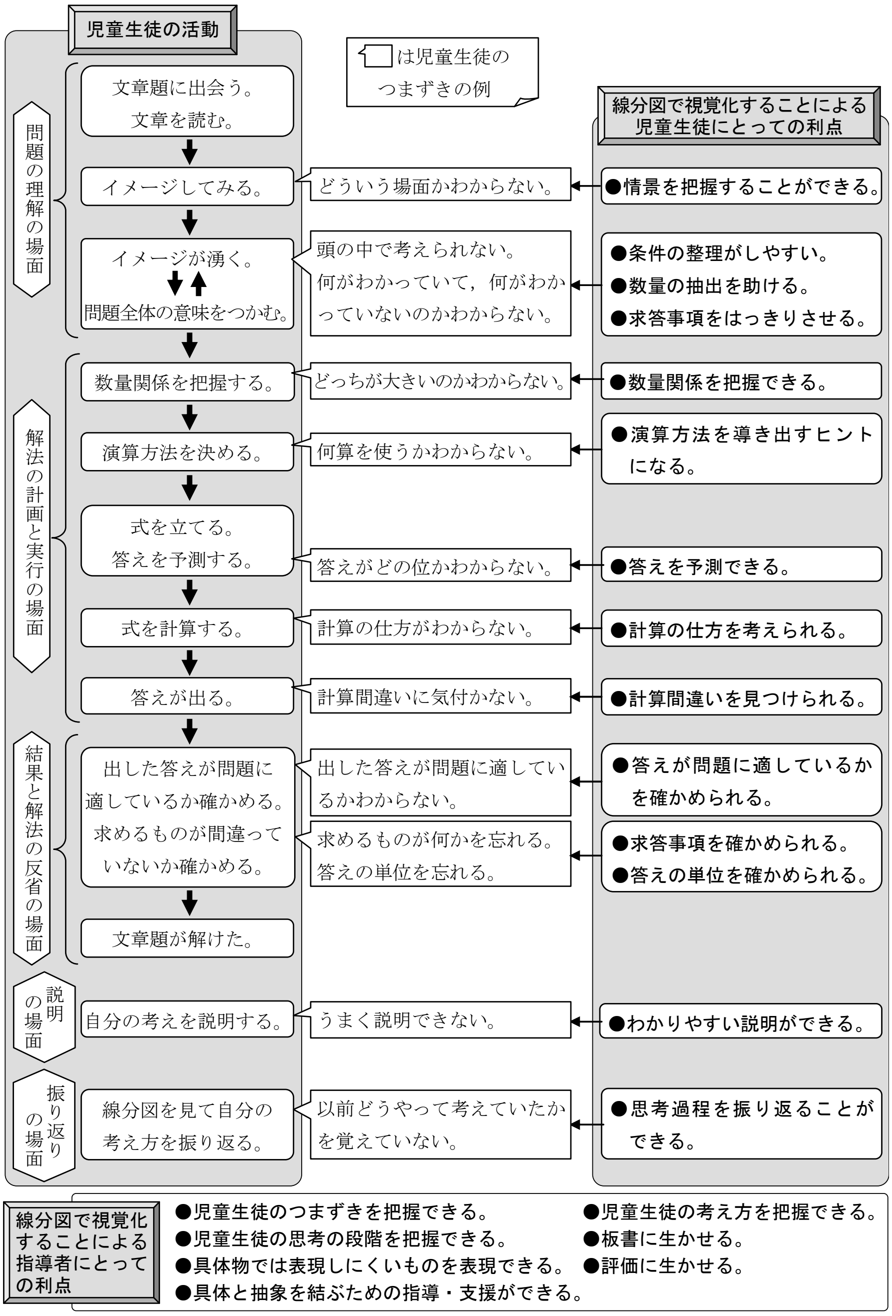


図2-5　「文章題の解決過程と解決後の児童生徒の活動」と「児童生徒のつまずき例」および「線分図で視覚化することによる児童生徒・指導者にとっての利点」

②指導者にとっての利点

○児童生徒のつまずきを把握できる

例えば，数量の大小関係や対応関係をどのように表現しているかを見ることによって，数量の大小関係や対応関係を把握できているか，それともつまずいているかの判断ができる。

○児童生徒の考え方を把握できる

2人以上の児童生徒が同じ問題を解いたとき，答えは同じだが考え方は違っているという場合がある。そのようなとき，思考の足跡が視覚的に表現されている線分図を見ることにより，児童生徒の考え方を把握することができる。

○児童生徒の思考の段階を把握できる

文章題を解くとき，頭の中で考え込んでいる児童生徒がどこまでを理解し，どこでつまずいているのかを把握することは困難である。そのような児童生徒には，何らかの表現をさせるようにしたい。その1つの方法として，児童生徒に線分図をかかせることにより，児童生徒がかいた線分図をもとに思考の段階を把握することが可能になる。それによって，既知事項の抽出段階でつまずいているのか，条件整理の段階でつまずいているのかがわかる。

○板書に生かせる

視覚的な表現である線分図は，指導者が説明したり児童生徒が説明したりする際に黒板にかくことができるため，多くの人に一斉に提示できる。また，かき残しておくことができるため，そのまま学習のまとめにも生かすことができる。

○具体物では表現しにくいものを表現できる

動画や半具体物などの視覚的な表現は，情景を把握するための手助けとなるが，すべての文章題で動画や半具体物などを準備することは困難な場合がある。例えば1個20円の品物を80個買うときの代金を求める問題を視覚的に表現する場合，具体物であれば80個の物を準備しなければならない。しかし，線分図であれば適当な長さの線分をかいて80個と表示すればよい。このように，大きな数や小数・分数などに対応できるという利点がある。

○評価に生かせる

児童生徒のつまずきや思考の段階を把握することができるため，より適切に評価できる。また，次の指導の手だてを考える際にも役立つ。

○具体と抽象を結ぶための指導・支援ができる

文章題を考えるとき，文章を読んで具体的な情景を把握し，そこから式を作る過程でつまずく児童生徒が多い。そこで，文章と式の橋渡しとして線分図を活用することにより，文章という具体的な表現から式という抽象的な表現へと変換する際の思考を支えることができる。

以上のように，線分図で視覚化することによる「児童生徒にとっての利点」「指導者にとっての利点」は多数考えられる。これらの利点を意識しながら線分図を活用した文章題の指導を考えることにより，線分図を活用する意図がさらに明確になると思われる。そうなることで，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力の育成に線分図が生かされることになると考える。

(27)三浦香苗・村瀬嘉代子・西林克彦・近藤邦夫 編『教員養成のためのテキストシリーズ 2 発達と学習の支援』新曜社 pp..68～73

(28)近藤邦夫・西林克彦・村瀬嘉代子・三浦香苗 編『教員養成のためのテキストシリーズ 4 児童期の課題と支援』新曜社 pp..12～13

(29)白佐俊憲　編『保育・教育のための心理学図説資料　見て理解するソースブック』川島書店　pp..196～197

(30)伊藤説朗『数学教育における構成的方法に関する研究』明治図書　p.165　注：伊藤は，「目新しい場面に直面するとき，視覚的心像を形成することは新しい可能性を探るために有効である，とB.E.Mosesはいう。この視覚的心像はイメージによる画像的表象の形成に他ならない。このような画像的表象を形成することを，彼女は視覚化と呼び，視覚化による思考のことを視覚的思考と名付けた」と解説している。

(31)藤村宣之『認知発達とその支援』ミネルヴァ書房　p.226

(32)文部省『中学校数学指導資料　指導計画の作成と学習指導の工夫（平成3年5月）』pp..14～15

(33)銀島文『指導と評価』日本図書文化協会　2007.8　p.15

(34)山本信也「線分図」『算数・数学科重要用語300の基礎知識』明治図書 2000.12　p.192

(35)土居下晃宏，清水廣，上岡利之，一崎満夫『問題解決における方略の指導：絵や図についての児童の実態調査と実践』日本数学教育学会誌　1986　68(4)　pp..18～22

(36)平井安久「表現モードの対応づけで場面理解を」『楽しい算数の授業』2007.10　No.278　pp..4～6

(37)前掲(11)　p.65

(38)G.Polya『いかにして問題をとくか』柿内賢信訳　丸善　1954　pp..10～23

(39)伊藤武『文章題指導の現代化 －その構造化をめざして－』明治図書　pp..11～12

(40)中村享史『つまずき撃退！補充学習シート』図書文化　p.13

(41)黒木哲徳『入門　算数学』日本評論社　p.28

(42)前掲(10)　pp..174～175

第３章　小学校第５学年での実践を通して

第１節　実践の様子とその分析

この節では，小学校第５学年での実践の様子と分析について，前掲の図2-5（p.13）で示した児童生徒の活動の場面に合わせて報告する。以下の（１）～（４）の4つの場面で，線分図を活用することの利点を中心にして述べていく。

（１）問題の理解の場面

〇情景を把握することができる

「3　小数の計算のしかたを考えよう」の第1時に，既習内容の振り返りと新しい学習内容への動機づけのための文章題がある。「1本2ℓ 入りのペットボトル4本分は何ℓ になるのかな」という問題である。この問題の情景をイメージしやすくするために，2ℓ のペットボトルに見立てた半具体物を準備し，それを黒板に貼った。（図3-1）

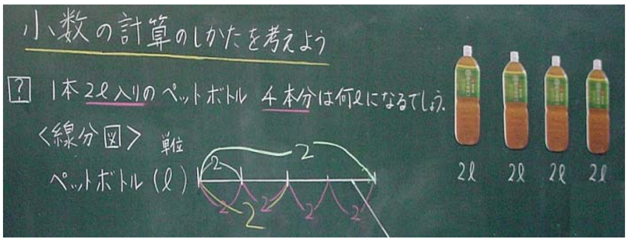


図3-1　情景を把握させている様子

続いて，児童にプリントを配り，黒板の半具体物を見ながらプリントに線分図をかかせた。まず長い線をかかせ，4等分してから2ℓ を書き込むように指示をした。すると，図3-2のように，児童のかいた線分図は3種類あることがわかった。このことから，児童によって，線分図の目盛りの見方に違いがあることがうかがえる。

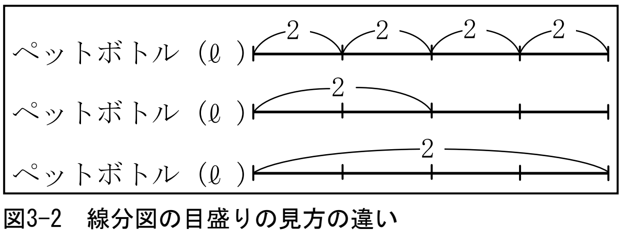


図3-2　線分図の目盛りの見方の違い

一番上の図が正解である。そして，線分図の意味がわかっていなかったり，情景をイメージできていなかったりすると思われるつまずきが真ん中の図と一番下の図である。真ん中の図は，2ℓ の2という数量から2目盛り分だと思ってかいており，何のために4等分したのかを理解していないことがわかる。また，一番下の図も，数量関係を理解していないと思われる。

そこで，「1本0.2ℓ 入りの紙パック4本分は何ℓ になるのかな」という問題では，情景を把握しながら線分図の意味を理解できるように工夫した。

まず，0.2ℓ のジュースに見立てた半具体物を準備し，情景をイメージしやすくした。また，可動式のテープ図を準備し，0.2ℓ のジュースを1本ずつ注ぎながらテープ図を動かし，ジュースが増えていく様子（図3-3）を児童の目の前で実際にやってみせた。そして，縦から横にすることでテープ図や線分図に結びつけていった。（図3-4）

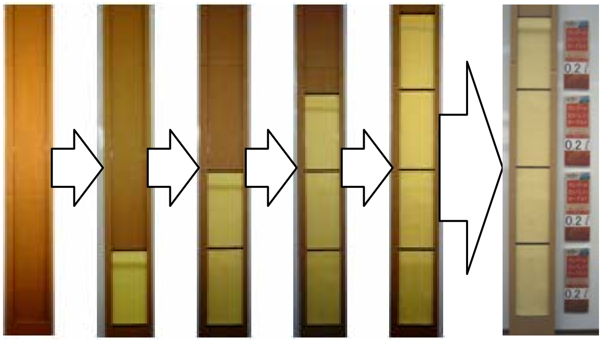


図3-3　半具体物と図を結びつけるための手だて

図3-4　横にすることでテープ図や線分図に結びつける様子

このように提示したことにより，児童は情景のイメージをより明確にとらえることができたようだった。授業の最後の感想には，「線分図の意味がわかった」という声が多くの児童から寄せられた。

次に，以下の3つの利点をまとめて述べる。

〇条件の整理がしやすい

〇数量の抽出を助ける

〇求答事項をはっきりさせる

「1ℓ の重さが1.2kgのはちみつがあります。このはちみつ0.6ℓ の重さは何kgですか」という文章題で，児童に線分図をかかせた。その際，児童には，目盛りつきの線分（図3-5）を提示し，そこに数量をかき込ませるようにした。図3-6は児童がかいた線分図の一例である。

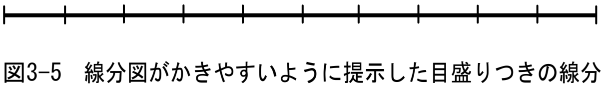


図3-5　線分図がかきやすいように提示した目盛りつきの線分

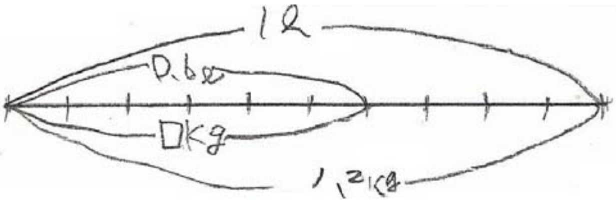


図3-6　条件整理をしながら既知事項や求答事項をかき込んだ線分図（児童がかいたもの）

この線分図をかくためには，次の4つのことを理解していなければならない。

- ・1ℓ のはちみつの重さが1.2kgである
- ・0.6ℓ のはちみつの重さがわからない
- ・1ℓ の方が0.6ℓ よりも多い
- ・1ℓ を10等分したうちの6つ分が0.6ℓ である

ただ単に文章題を解くだけであれば，初めの2つのことを理解していればよいだろう。しかし，量感を育て，実感が伴った理解をさせようと考えるなら，残りの2つのこともきちんと押さえたいものである。

学習後のアンケートには，「単位を全部まとめることができてわかりやすい」「求めていることやわかっていることがパッと見てわかる」「頭の中を整理したいとき役に立つ」などと書かれていた。このような線分図の良さを書いている児童が見られたことからも，文章題を線分図で表現することにより，頭の中で考えるときよりも既知事項や求答事項が明確になることは明らかであろう。

ここで，実践当初の線分図について少し触れておくと，実践を始めた頃は，単位ごとに数量を分けた2本の線分図で表現していた。そうすることで数量を整理し，問題文から既知事項や求答事項を抽出しやすくしようと考えたからである。図3-7は，「ポットが6つあります。1つのポットに2.3ℓずつお茶を入れていくと，全部で何ℓ になりますか」という文章題で，児童がかいた線分図の一例である。

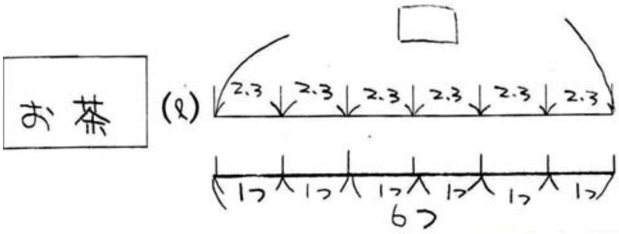


図3-7　単位ごとに数量を分けてかいた2本の線分図

しかし，実践授業を進めていく中で，2本の線分図で表現することは，児童にとって2つのデメリットがあるのではないかと考えた。1つ目は，1本の線分図よりもかく手間が多いということである。2つ目は，啓林館教科書に載っている線分図と異なるため，戸惑う児童がいるということである。

そこで，上記の「ポットの問題」を終えた段階で，2本の線分図から1本の線分図へと移行した。その際，図3-8のように，単位ごとに数量を分けた2本の線分図をかいた紙を折りたたむことにより，2本の線分図が1本に変わる様子を児童の目の前で示した。そして，わざわざ2本の線をかかなくても，1本の線の上下で単位ごとに数量を分けてかくことで，そこに2つ数量が表現されていることを確認した。児童は納得し，2本の線分図をかくよりも簡単にかけることを喜んでいる様子が見られた。

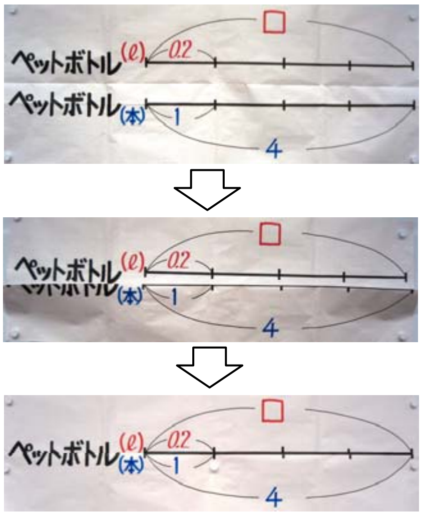


図3-8　2本の線分図が1本に変わる様子

最初から1本の線分図で表現するように指導しておいた方が，混乱なく理解させることができたかもしれない。しかし，単位ごとに数量を分けてかいたことで，児童は単位をより強く意識して問題文の中の数量を抽出するようになり，結果としては確実な理解に結びついたと考えられる。

（２）解法の計画と実行の場面

○数量関係を把握できる

数量関係を把握する力は，本研究で育てたい力の1つである。文章題の問題文を読み，その中に書かれている数量の関係をとらえるためにどのような手だてが打てるか，実践授業の中で特に重点をおいて探っていった。その際，文章題を読み，児童に線分図をかかせるようにした。

図3-9は，児童がかいた，数量関係をとらえやすくする線分図の例である。

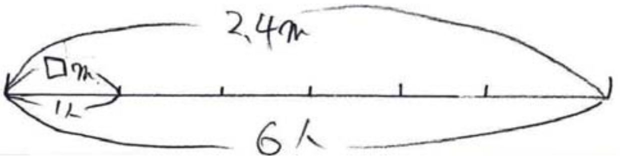


図3-9　数量関係をとらえやすくする線分図の例

この線分図から，児童は次のような数量関係をよみとることができた。

- ・求める長さは，2.4mより短い
- ・2.4mが6人分である
- ・2.4mを6等分した1つ分が□mである
- ・□mを6倍すると2.4mになる

このように，線分図は一目でいろいろな数量関係をとらえることができるという利点がある。問題文を読んでも意味をとらえられずにいる児童が，線分図を見ることによって「そういうことか」と理解している姿が見られたことから，その効果

は確かであると考える。
また，図3-10は，「1時間で9.8km走る人がいます。この人は0.8時間で何km走りますか」という問題で，数量関係を把握するために児童がかいた線分図の例である。

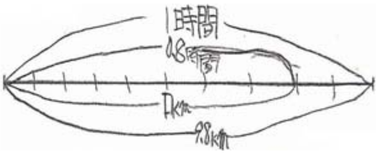


図3-10　数量関係を把握するために児童がかいた線分図の例

1時間と0.8時間の数量関係を把握するために,1時間を10等分していることがわかる。この線分図をかいた児童は，□を求めるための式を「9.8÷10×8」と考えた。10等分した目盛りをかくことで，9.8kmと□kmの数量関係も把握することができたわけである。
このように，数量関係を把握する力が身についた児童は，数量が分数になった文章題にも線分図を活用できるものと思われる。

○演算方法を導き出すヒントになる

演算を決定する力も，本研究で育てたい力の1つである。問題を理解した後，何算をすればよいかを考える際に，演算決定の根拠として線分図を活用しようと考えた。
活用法としては，形式不易の原理のもと，線分図を通して言葉の式を導き，演算方法を考えさせることも1つの方法であると考える。しかし，実践授業の中で，線分図から言葉の式を導き出すことにつまずいている児童が見受けられた。その姿を見て，言葉の式を導き出すこと以外にも線分図を使って立式する手段があれば，線分図がより一層児童に活用されるだろうと考えた。
そこで，演算を決定して立式する際に，児童は線分図をどのように活用しているのかをまず探ってみた。すると，図3-11のような線分図では□を求める式を考えられるが，図3-12のような線分図では□を求める式を考えられない児童が多数見受けられた。

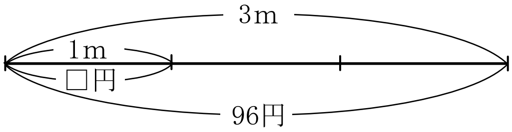


図3-11　□を求める式が考えやすかった線分図

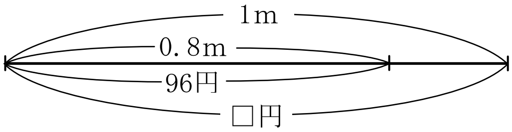


図3-12　□を求める式が考えにくかった線分図

筆者は，その理由を次のように考えた。図3-11のような整数の範囲では，線分図が3等分の考えに結びつきやすく，「96円を3等分した1つ分だから96÷3」という式を立てやすい。しかし，図3-12のような小数の範囲では，線分図がわり算の考えに結びつかず，96÷0.8という式が立てられないのではないかということである。
そこで，図3-12のような線分図からも立式できるようにしたいと思い，線分図をもとに根拠を明らかにして立式する方法を考えた。図3-13と図3-14のように，問題文がなく，線分図だけを見て□を求める式をつくる方法である。

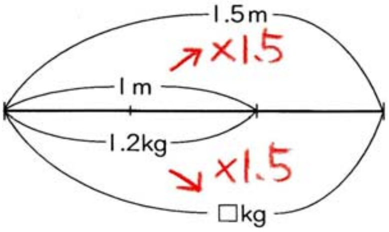


図3-13　線分図から立式する方法①

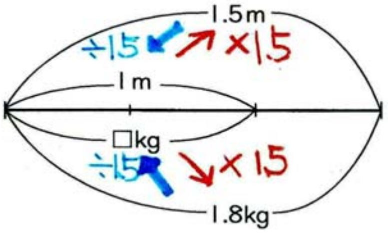


図3-14　線分図から立式する方法②

ただし,実生活で起こりうる事象の中で線分図をとらえさせるために,実践授業では線分図から問題文をつくる活動を初めに行った。例えば，図3-13の線分図からは,「1mの重さが1.2kgの鉄パイプがあります。この鉄パイプ1.5mの重さは何kgですか」という問題文をつくる児童がいた。この問題文をつくる活動はクラスの大部分の児童ができていた。この活動の後，線分図から式を立てる活動を行った。
図3-13では,まず1mと1.5mに注目し,1mに1.5をかける（1.5倍する）と1.5mになることを確認した。このことから，重さも1.5倍になることを確認し，□は1.2×1.5で求められることを筋道立てて考えることができた。
図3-14では,図3-13の時と同様に,まず1mと1.5mに注目し，1mに1.5をかける（1.5倍する）と1.5mになることを確認した。次に，乗法と除法の相互関係から，1.5mを1.5でわると1mになることを確認した。このことから重さも同様に考えることができ，□は1.8÷1.5で求まることを筋道立てて考えることができた。
この活動を終えた後，児童から「線分図を見ただけで式がわかるなんて知らなかった」「線分図を見ればかけ算かわり算かわかる」という感想が多く寄せられた。このことから，線分図に矢印をかき込むなどの小さな工夫により，立式の際に線

分図を活用できることがわかった。

また，線分図に矢印をかかせたことにより，児童の思考過程が視覚化され，そこから児童のつまずきを指導者が把握して手だてを考えることができた。このことも，線分図を活用して思考過程を視覚化することの良さであると考える。

図3-15は，線分図をもとに演算方法を導き出す過程でつまずいた児童の線分図である。

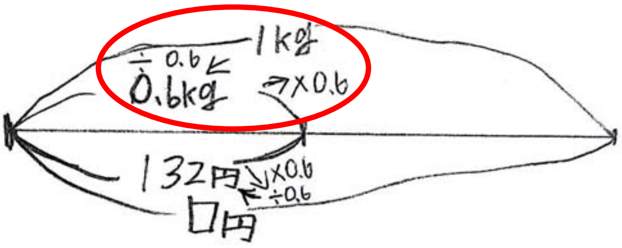


図3-15　演算方法を導き出す過程でつまずいた児童の線分図

この線分図の楕円部分に注目すると，この児童は「0.6kgを0.6倍すると1kgになる」「1kgを0.6でわると0.6kgになる」と考えており，1と0.6の数量関係を理解していないことが推察できる。これと同様の間違いをしている児童は他にも10人ぐらいいた。そこで，1と0.6の数量関係において「1kgに0.6をかけると0.6kgになり，0.6kgを0.6でわると1kgになる」ということを確認した。

その確認の際，児童の様子から筆者は次の2点に留意する必要があることがわかった。

1つ目は，「すべてのかけ算において答えはかけられる数よりも大きくなる。また，すべてのわり算において答えはわられる数よりも小さくなる」と考えている児童の誤解を解くことである。確かに小学校第４学年までの学習では，かけ算をすると，答えがかけられる数よりも大きくなり，わり算をすると，答えがわられる数よりも小さくなる。そのため，図3-15の線分図で「1kgを0.6でわると，1kgより小さくなるから0.6kgになる」と間違って考えたのである。このように考えている児童は，1.2×0.8の答えが0.96になることや96÷0.8の答えが120になることに違和感を持つだろう。したがって，「かけ算では，1より小さい数をかけると，積はかけられる数より小さくなる。わり算では，1より小さい数でわると，商はわられる数より大きくなる」ということを，1.2×0.8や96÷0.8の計算が初めて登場したときに，しっかりとおさえておく必要があると考える。

2つ目は，乗法と除法の相互関係を児童に理解させることである。乗法と除法の相互関係を初めて学習するのは，小学校第３学年の上の教科書である。小学校第５学年の上の教科書でも再度学習することになるが，その際，図3-16のように，整数の範囲と小数・分数の範囲を照らし合わせながら指導するとよいと考える。

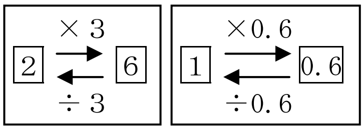


図3-16　乗法と除法の相互関係

ただし，その指導の時期については児童の実態に合わせて考える必要がある。

以上の2点に留意することで，演算方法を導き出すヒントとして線分図を活用できると考える。

○答えを予測できる

立てた式を計算する前に，線分図を見ながら答えの大きさの見通しを立てる活動を取り入れた。比較的簡単にできるだろうと筆者は考えていたが，児童にとっては難しかったようである。

「1m80円のリボンを2.3m買ったときの代金を求めましょう」という問題で答えを予想させてみると，予想できない児童が半数くらいいた。線分図を見ても，「だいたいこれぐらいだろう」と考えることができないのである。そこで，線分図をもとに予想を立てる活動を行った。

児童に線分図をかくよう指示し，その線分図をもとに予想を立てさせた。図3-17は，そのとき児童がかいた線分図の一例である。

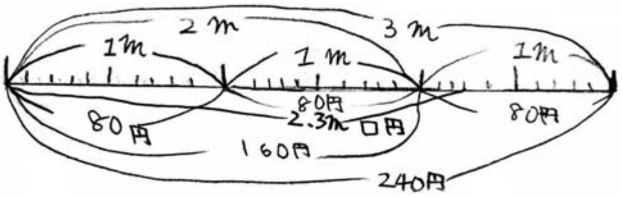


図3-17　答えを予想するための線分図①

1m80円のリボンを2m買ったときの代金が160円，3m買ったときの代金が240円であることをおさえ，2.3m買ったときの代金は160円より高く240円より安いことを確認した。すると，多くの児童が「163円」「165円」「180円」「190円」などと予想することができた。ただ意外であったのは，160円の160に0.3の3を足して163円と予想する児童が多かったことである。2mの値段160円に，目盛り3つ分の0.3mを足し合わせてしまっていると推察できる。したがって，単位が異なる数量同士は足すことができないということも押さえる必要があると考える。

また，図3-18のような線分図をかく児童もいた。この児童は，「2mで160円だから，2.3mでは160円とちょっと」と予想した。筆者は，この程度の予想でもよいと考える。「ちょっと」という言葉はあいまいな表現かもしれないが，概算して160円よ

り少しだけ多いことに気づくことが，答えを予想する上では大切なことであろう。

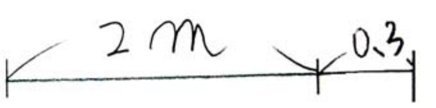


図3-18　答えを予想するための線分図②

以上のように，自分なりに工夫する児童の姿を見て，線分図を利用して答えを予想する方法の指導は大切であると感じた。

ただし，見通しの立て方がわかったとしても，答えを予想したり自分の出した答えが合っているかを確かめたりすることを，児童が自ら進んで行う姿はあまり見られなかった。指導者に促されてから行う児童が多いということである。そのことから，指導者は，答えを予想することを，いつも児童に意識させるよう声がけし，習慣づけることが大切であると考える。

○計算の仕方を考えられる

「1本0.2ℓ 入りの紙パック4本分は何ℓ になるのかな」という問題では，「0.2×4」の計算の仕方を児童に考えさせた。そのとき，図3-19のような線分図をかく児童がいた。

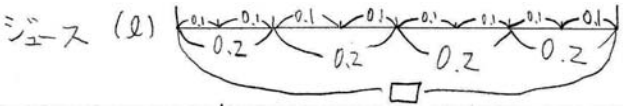


図3-19　計算の仕方を考えるための線分図

この児童は，0.2が4つ並んだ線分図を0.1ずつに分け，0.1が8つ分だから0.2×4＝0.8と考えていた。学習後のアンケートには，他の児童からも「線分図で小数の計算ができたのでよかった」「線分図でやったらよくわかった」「0.1のしくみがわかった」などの感想が書かれていた。このように，新しい計算の仕方を考えるとき，線分図を使って考えるとわかりやすくなるということがいえる。

また，「1mの重さが1.2kgの鉄のぼうがあります。この鉄のぼう0.8mの重さは何kgですか」という問題では，「1.2×0.8」の計算の仕方を考えた。このとき，「1.2×0.8＝1.2×8÷10」と計算してよいことに疑問を持つ児童がいた。そこで根拠を説明する際，図3-20の線分図を使って説明した。1mの重さが1.2kgの鉄の棒が8mで9.6kgになることは，既習の知識から理解できた。そのことから，0.8mの重さは9.6÷10で求められることを確認した。この説明で，疑問を持った児童は納得することができた。線分図を使うことで，鉄の棒がイメージしやすくなり，実感を伴った理解につながったようである。

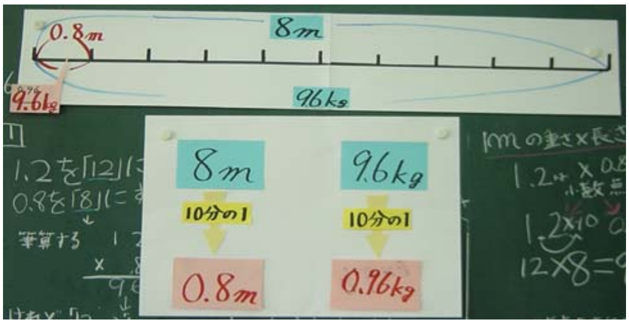


図3-20　計算の仕方の根拠を確認するための線分図①

さらに，「2.4mで96円のひも1mの値段」を求める問題では，「96÷2.4」の計算の仕方を考えた。このとき，「(96×10)÷(2.4×10)」と計算してよいことに疑問を持つ児童がいた。そこで根拠を説明する際，図3-21の線分図を使って説明した。2.4mで96円のリボンを24m買うと，10倍の値段になることは既習の知識から理解できた。そのことから，24mで960円のリボン1mの値段は960÷24で求められることを確認すると，疑問を持った児童は大きくうなずいた。この考え方は，筆算の計算の仕方にも結びつく重要な考え方である。計算の仕方を理解するときにも線分図が効果的であり，実感を伴った理解につながることが確認できた。

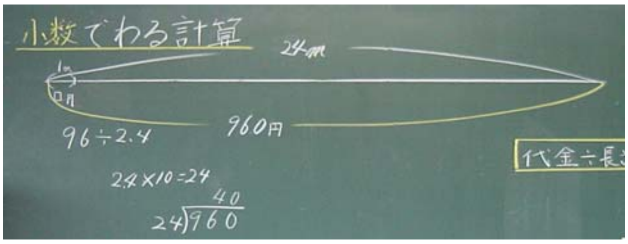


図3-21　計算の仕方の根拠を確認するための線分図②

以上のような計算の仕方を指導する方法は，片桐(43)も示している。(図3-22)

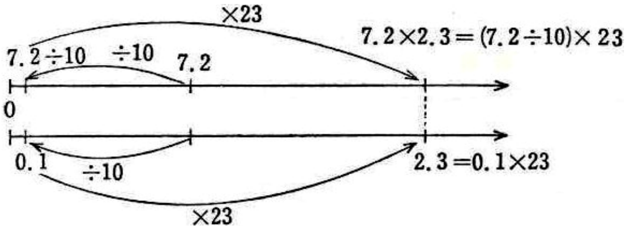


図3-22　計算の意味を指導するための図

○計算間違いを見つけられる

「80×2.3」の計算で，「1840」「18.4」「1.84」などの答えを書く児童がいた。正解しているという自信はあるか尋ねたところ，「ない」と答える児童や「よくわからない」と答える児童など様々であった。中には，「18.4」と書いて「自信がある」と答えており，「80」より小さいことがおかしいということに気づいていない児童もいた。そこで，

図3-23の線分図の楕円部分を指差し，「答えは正しいかな？」と指摘したところ，「おかしい」と気づくことができた。

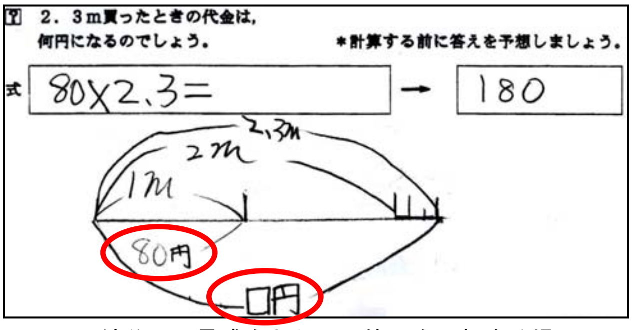


図3-23　線分図で量感をとらえ，答えを予想する場面

（３）結果と解法の反省の場面

○答えが問題に適しているかを確かめられる

「2.4mで96円のひも1mのねだん」を求める問題では，「96÷2.4」の計算をした後，「0.4」という答えを書く児童が数名いた。児童の思考は，「96÷2.4の計算をする時，2.4を10倍して96÷24と考えたから，出た答えを10でわって0.4にする」というものであった。このとき，計算をする前に答えの予想はしなかったけれども，自分の出した答えを見て，「0.4はおかしい」と考える児童が多く見受けられた。児童に尋ねてみると，図3-24の線分図の楕円部分に着目し，「30円より高くないとおかしいと思う」と返答した。計算をするだけであれば気づかないようなことであっても，線分図を見ることによって量感をとらえることができ，自分が出した答えが問題に適さないと気づくことがあると感じた。

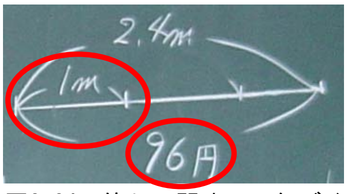


図3-24　答えの間違いに気づくのに役立った線分図

このように，量感をとらえることができるのは線分図の良さの1つである。答えのどこに小数点を打てばよいかわからない場合であっても，線分図を使って答えを予想したり確かめたりすることで，大きな間違いを防ぐことができるからである。

図3-25のような関係図は，数量関係が簡潔に表現されており，条件を整理しやすいと考える。しかし，1mと2.4mの大きさを比較したり答えを予想したりすることに関しては，線分図のほうが考えやすいだろう。

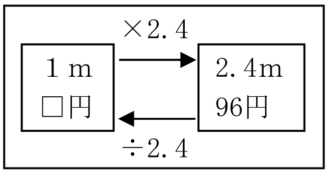


図3-25　量感をとらえにくい関係図の例

このように，量感をとらえながら自分の答えが問題に適しているかを確かめるためには，線分図が効果的であると考える。しかし，児童が自ら答えの確かめをすることは少ないように感じた。そこで，指導者は，答えの確かめをすることを，いつも児童に意識させるよう声がけし，習慣づけることが大切であると考える。

○求答事項を確かめられる
○答えの単位を確かめられる

求答事項や答えの単位の確かめに線分図を使っているかということについては，実践授業の中で十分に把握することができなかった。児童の学習の様子は見ていたが，一人一人の声を聞くことができなかったからである。しかし，児童が実践授業後の感想の中に，「（線分図が）何を求めるのかわからなくなった時に役立ちました」と書かれているものが複数あった。このことから，確かめのための方法として線分図を活用している児童がいることがわかった。

（４）説明の場面

○分かりやすい説明ができる

「1mの重さが1.2kgの鉄のぼうがあります。この鉄のぼう0.8mの重さは何kgですか」という問題を解くときの考え方を児童に説明させた。図3-26は，その時の様子である。

この児童は，黒板に線分図をかき，線分図や式を指し示しながら次のように説明した。「1mの重さが1.2kgだから，1.2÷10＝0.12で，0.1mの重さは0.12kgです。これを8倍して，0.8mの重さは0.12×8＝0.96になります」この説明を聞いた児童は，とてもよく理解している様子だった。

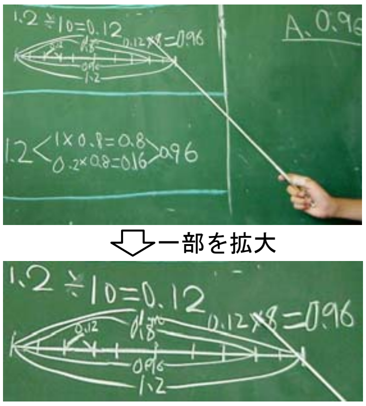


図3-26　線分図を使って自分の考えを説明する児童の様子

このような説明の場面は，単元の中で何度も設定した。時には，2，3名のグループ学習でも取り入れた。そして，学習後のアンケートには，「線分図はどんなときに役立ちましたか」という質問に対して，「説明するとき」「他の人に教えるとき」などの回答が書かれていた。

第２節　実践を通して見えてきたこと

（１）線分図のかき方の指導

教科書の中に，線分図のかき方に関する記述は掲載されていない。そのため，線分図をかく力が児童に身につくようにするには，指導者が計画的に，かつ意図的に線分図のかき方を指導する場面を設定する必要があると考える。

児童が線分図をかくことができない原因は，線分図のかき方がわからないことと，線分図をかくことに慣れていないことではないかと，実践授業を通して推察した。

例えば，乗法・除法の線分図は，小学校第３学年の上の教科書にある逆思考問題で初めて登場する。順思考の問題で乗法・除法の線分図が使われているのは小学校第５学年の上の教科書が初めてである。小学校第２学年で乗法を，第３学年で除法を学習するとき，テープやロープなどの図は登場するが，線分図は使われていない。そのため，小学校第５学年で使われている乗法・除法の線分図を見ても，その意味が理解できずに戸惑ってしまう児童がいるわけである。したがって，小学校第３学年以降の学習において，乗法・除法の線分図を指導者が提示したり，児童にかかせたりして，線分図を使ったりかいたりすることに慣れさせておくとよいと考える。

そこで筆者は，実践授業を通して学んだことをもとに，乗法・除法の線分図をかくときのポイントを以下の8点にまとめた。

①絵と線分図を結びつけながら指導する

第２章で述べたように，絵と線分図を組み合わせて示すことにより，線分図の意味を理解させるとよいと実践授業を通して感じた。したがって，図2-2（p.10）のような，テープ図の上に半具体物を貼りつけるなどの工夫を加えた図で量感をとらえさせてから，図2-3（p.10）のような，幅のない線分図へと移行すると効果的であると考える。

②線分のかき方に注意する

線分図をかくときは，児童にとってかきやすい方法で線分をかいていくようにしたいものである。実践授業の中の活動で，長い線分を4等分したり5等分したりすることを苦手とする児童がいた。そこで，次のようなことに留意したい。

乗法の場面では，長い線分を等分するかき方もあるが，線分をつないでかくようにするとよいと考える。例えば，「1本0.2ℓ の紙パックがある。4本では何ℓ になるか」という問題では，まず1本分の0.2ℓ を表す線分をかき，それと同じ長さの線分を順に4本つなげてかいていくようにするのである。その際，定規の目盛りやノートのます目を使うとかきやすい児童もいるだろうが，正確さを求め過ぎる必要はないと考える。

除法の場面でも，乗法の場面のかき方と同じようにするとよいと考える。例えば，「0.6ℓ のジュースを3人で分けるとき，1人分は何ℓ になるか」という問題では，1人分を表す線分を3本順につなげてかいて3人分とし，全体を0.6ℓ とするのである。3人で分けることを実感させるためには，初めに等分しやすい長さ（例えば12㎝）の線分をかいて，4㎝ずつに分けるのも方法の1つだろう。しかし，適当な長さの線分をかいてから目分量で等分したり，定規の目盛りを使って等分したりすることは，児童にとって難しいことであることを，除法の場合，特に気をつけておきたい。

③単位の異なる数量は上下で分けてかく

表をかいて文章題を解くとき，表の中の同じ行には同じ単位の数量をかくことが多い。それと同様に，線分図をかく場合でも，単位の異なる数量は上下で分け，同じ単位の数量同士を線分図の上または下にかくようにすると，条件の整理がしやすいと実践授業を通して感じた。

④求答事項（わからない数量）は□で表す

線分図に求答事項をかき込むときは，？や x や□など様々な方法がある。どこが求答事項か見てわかる表現なら何でもよいとは思うが，小学校で学習しない文字は避けるべきであろう。筆者は，小学校で学習する□がよいと考える。□であれば中に答えをかき入れることができ，答えの確かめにも利用できるからである。

⑤単位は必ず線分図にかき込む

線分図に数量をかき込むときは，必ず単位もつけるとよいと考える。その理由は2つある。

1つは，答えを書くときに単位をつけ忘れないようにするためである。線分図に求答事項をかき込むときに□に単位をつけることにより，単位のつけ忘れを防ぐだけでなく，何を求めようとしているのかを確認するときにも役立つと考える。

もう1つは，情景と線分図を結びつけるためである。数量しかかかれていない線分図から問題の情

景をイメージしたり，新しい文章題を作ったりすることは難しい場合がある。中山は，「線分図は，問題文に示された5個，8人といった数値の具体的意味をすべて捨象して5，8という単なる数字に置き換える，線分の中に位置づけるという抽象的な思考を要求する。形式的操作がまだ不得意な小学生にとって，必ずしも思考を促進してくれる手段になりえないのかもしれない」(44)と指摘している。つまり，単なる数字で表現することは，児童に抽象的な思考を要求するということになるわけである。したがって，単位を書くことで線分図に具体的意味を持たせ，児童の思考を支えるとよいと考える。

⑥1単位量に注目させる

線分図のかき方を指導する目的の1つは，筋道を立てて考える力を育成することである。根拠を明らかにして演算を決定するためには，1単位量（図3-27）に注目することが大切であると考える。

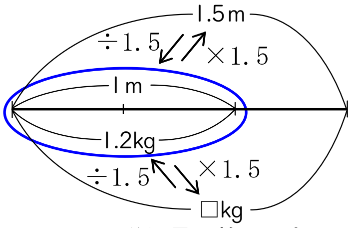


図3-27　1単位量（楕円の部分）

図3-27の線分図で，矢印を使って演算を決定する活動において，1.5mから1mに向かう矢印が「×1.5」なのか「÷1.5」なのかわからずに困っている児童が見られた。そこで，1mから1.5mに向かう矢印を先に考えるよう促すと，「×1.5」であることを簡単に答えることができた。「1×(かける数)」の答えは「かける数」になるということが分かりやすかったようである。このことから，まず単位量である1からの矢印を考えるようにすると分かりやすいということが推察された。このことから，1単位量に注目することで，演算決定がしやすくなると考える。

⑦2つの数量の大小関係を正確にとらえさせる

数量関係を把握することは文章題を解く上で大切である。数量関係を把握させるためには，2つの数量の大小関係を正確にとらえて線分図をかかせるとよいと考える。

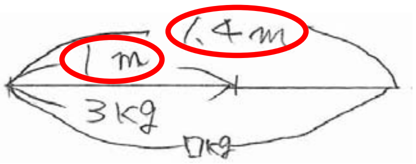


図3-28　大小関係をとらえられている線分図

図3-28の線分図は，長さが正確にかけているとはいえないが，2つの数量（1mと1.4m）の大小関係は正確にとらえられている。それに対して図3-29の線分図では，2つの数量（1㎡と2.3㎡）の大小関係を間違えていることがわかる。

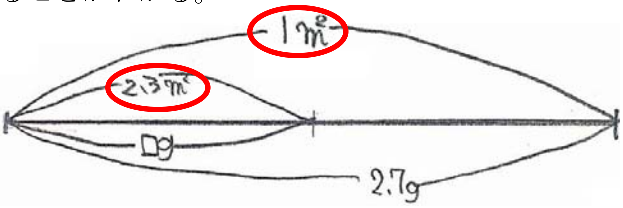


図3-29　数量の大小関係を間違えている線分図

小数や分数の長さを線分図に正確に表そうとすると，整数値に比べて時間がかかることが予想される。そこで，長さを正確に表すことにはあまりこだわらず，大小関係だけはきちんととらえさせるようにするとよいだろう。つまり，図3-28のような線分図がかければ十分であると考える。この程度の線分図であれば，小数や分数の場合でも比較的簡単に線分図がかけるようになるであろう。

しかし，図3-28のような線分図は長さが正確にかかれていないため，計算の仕方などを考えるときには，この線分図に使いにくさを感じている児童が見受けられた。そのため，計算の仕方などを考えるときの線分図と演算決定のための線分図は区別して使うようにするとよいと考える。このことについて白井らは，「数直線には数の意味の理解に役立つ数直線と，乗法・除法の演算決定に有効な数直線の2種類に分類すると指導上有効である」(45)と指摘している。このように，児童の活動に合わせて線分図を使い分けることも1つの方法であると考える。

⑧線分図をかく前に動作で確認する

線分図をかく前に動作で確認するというのは，図3-29のような児童の間違いを未然に防いだり，指導者が事前に把握したりするための方法である。例えば，両手を胸の前に出し，右手と左手の間隔を線分図の線分とみなす。そして，「1m²あたり2.7g」を表現したときの両手の間隔と「2.3m²あたり□g」を表現したときの両手の間隔を比べてみる。このとき，後者の時の方が，両手の間隔が広くなっていれば正解だが，そうでない場合は，児童が数量の大小関係を間違えてとらえていることが見てとれる。線分図をかかせる前に，児童のつまずきを指導者が把握できるわけである。

このようなつまずきが見られる児童に対して，事前に適切な指導をしてから線分図をかかせるようにすると，線分図のイメージを持たせることができ，スムーズな活動が期待できると考える。

（２）文章題を指導する上での留意点

実践授業を通して見えてきた，文章題を指導する上での留意点を3点述べる。

①根拠を明らかにしながら演算決定を行う

実践授業の中で，何算になるかをどうやって考えているか尋ねたところ，「問題文の中にある言葉で考える」と答えた児童がいた。しかし，この児童は演算決定で間違うことが多く，言葉で演算を決定することには限界があると考える。

同じようなことが，特定の課題に関する調査の結果からもわかる。次の問題は，小学校第５学年と第６学年で出された共通の問題(46)である。

次の(1)から(5)の問題について，答えを求める式はどれですか。下の［　］の①から⑤までの中からあてはまる式を選び，その番号を書きましょう。同じ番号を何回選んでもよいです。

(1) 砂糖を0.6kg買って，210円はらいました。
　この砂糖1kgのねだんはいくらでしょう。

(2) 210kgの大豆を0.6kgずつふくろにつめます。
　大豆を全部つめるには，ふくろはいくついるでしょう。

(3) 1mのねだんが210円のリボンを0.6m買いました。
　リボンの代金はいくらでしょう。

(4) 赤いテープと白いテープがあります。
　赤いテープの長さは，210cmです。
　赤いテープの長さは，白いテープの長さの0.6倍です。
　白いテープの長さは何cmでしょう。

(5) オレンジジュースとリンゴジュースがあります。
　オレンジジュースが210mℓ あります。
　リンゴジュースのかさは，オレンジジュースのかさの0.6倍です。
　リンゴジュースのかさは，何mℓ でしょう。

① 210＋0.6
② 210－0.6
③ 210×0.6
④ 210÷0.6
⑤ 0.6÷210

この問題の(4)の結果は，小学校第５学年で通過率28.1％，無答率1.9％，③と解答した誤答率51.9％だった。また，小学校第６学年で通過率24.0％，無答率1.4％，③と解答した誤答率59.2％だった。つまり，「○倍」という表現に反応し，③の式を選んでしまっていることがうかがえる。

以上のことから，問題文中の言葉で演算決定の判断をするのではなく，問題場面の状況や数量関係を把握し，そこから演算決定の判断ができるようにする必要があると考える。

また，演算決定を勘で行っている児童がいることにも注意したい。実践授業の中で演算決定の根拠を尋ねたとき，「何となく」と答える児童がいた。別の場面では，何算で考えるか尋ねられた児童が，「わり算」と答えた後に指導者の顔色を見て「じゃ，かけ算」と言い直したこともあった。

さらに，学習の流れの中で安易に演算決定を行っている児童もいた。「なぜ，かけ算にしたの？」と児童に問うと，「今は，かけ算の勉強だから」「プリントに，小数をかける計算と書いてあるから」という返事が返ってきたのである。このことから，演算決定を行う際は，たとえかけ算の単元の途中であっても，問題の中の情報のみを手掛かりにして，根拠を明らかにしながら判断させる必要があると考える。

そこで，図3-13（p.17）や図3-14（p.17）で示したような矢印を使った方法も，根拠を明らかにしながら判断させる方法の1つであると考える。ただし，この矢印を使った方法は，数量の間に比例の関係が成り立つ場合のみ使えるものであり，比例の関係が成り立つかどうかを判断する力が求められることは事実である。しかしながら，この矢印を使った方法は，小学校第５学年の「割合」，小学校第６学年の「単位量あたりの大きさ」「分数のかけ算とわり算」の単元でも活用できる方法である。したがって，それらの単元の中で線分図を活用しながら，比例の関係というものをとらえさせていくことができるのではないかと考える。

矢印を使った方法は，他にもいくつか提唱されている。ここでは3つの指導法を紹介する。

佐々木(47)は，2本の対応数直線を用いた指導法を提唱している。（図3-30）

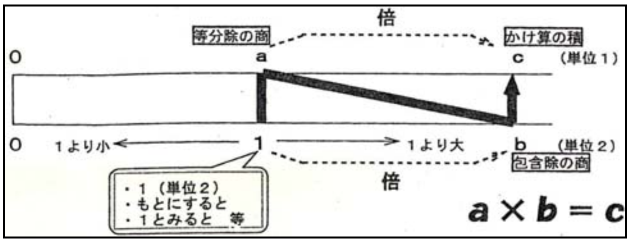


図3-30　2本の対応数直線を用いた指導法

ベネッセコーポレーション発行の学習教材(48)では，2本の対応数直線の形を場合分けして，それぞれの場合の演算方法を示している。（図3-31）

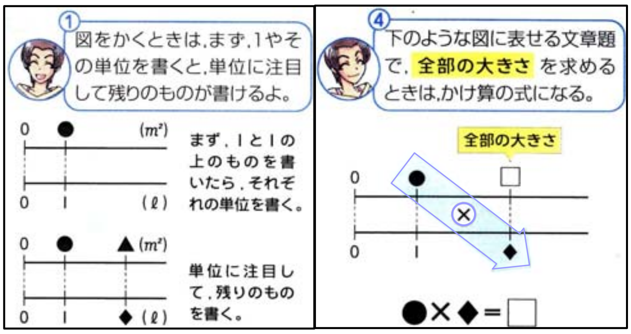


図3-31　2本の対応数直線の形を場合分けした指導法

田中(49)は，4マス関係図を用いた指導法を提唱している。(図3-32)

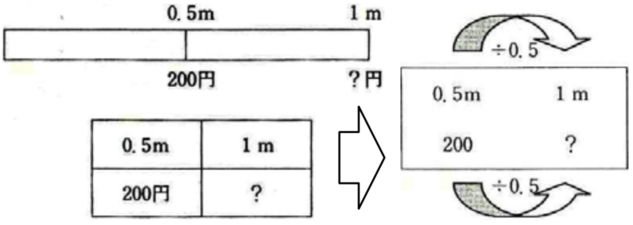


図3-32　4マス関係図を用いた指導法

このように，矢印を使った演算決定の方法はいくつか提唱されており，図3-13（p.17）や図3-14（p.17）のような線分図において活用することにも大きな意義があることは確かである。指導者は，根拠を明らかにしながら演算を決定する活動を，各校の実態に即して行うことが大切であると，筆者は考える。

②たし算とかけ算の概念を正しく理解させる

実践授業の中で，「1本2ℓ入りのペットボトル4本分は何ℓになるのかな」という問題を提示した。そのとき，「8ℓになる」と答えている児童の中には，たし算で考えている児童とかけ算で考えている児童がいたのである。つまり，指導者の発問に対する児童の答えを聞いただけで，その児童がかけ算で計算していると判断することは危険である。そこで効果的なのが，児童に式を書かせてみることである。実際，児童が書いた式は「2＋2＋2＋2」「2＋4」「4×2」「2×4」など様々であった。そこで，「2＋4」と「4×2」は間違いであることを説明し，「2＋2＋2＋2」は「2×4」と計算できることを確認して次の問題へと進んだ。このとき筆者は，児童が理解できているものと思っていた。

ところが，「2.3ℓのポット6つ分」を考えるとき，同じように「2.3×6」が書けなかった。再びたし算で考えようとしていたのである。この児童は，「1m80円のリボンを2.3m買ったときの代金を求めましょう」という問題で，確実につまずくことになると予想された。なぜなら，80円を2.3個たすことができないからである。この問題で，「80×2.3」と立式できるよう導くためには，2.3倍の意味を理解させる必要があると考える。そうなると，「1本2ℓ入りのペットボトル4本分は何ℓになるのかな」という問題の段階で，確実にかけ算の概念を理解させておく必要があるだろう。さらに，「2ℓの4つ分」という考え方と「2ℓの4倍」という考え方を両方理解させ，小数倍の理解へとつなげていく指導が必要であると考える。

実践授業では，図3-33のように，「1m80円のリボンを2.3m買ったときの代金を求めましょう」という問題の前にも，かけ算の概念を指導する時間を繰り返し設け，児童への定着を図った。

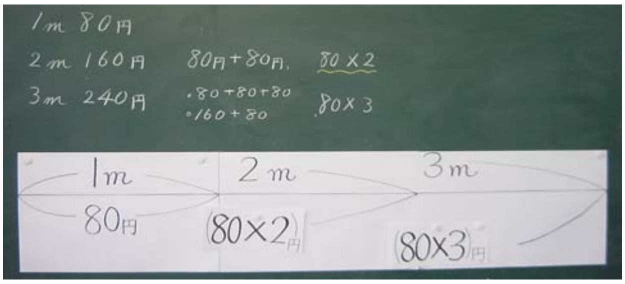


図3-33　同数累加としてのかけ算の概念を指導する場面

③かける数とかけられる数に気をつけて指導する

小学校第２学年で学習するかけ算の問題を，小学校第５学年で復習した。そのときの問題は，「えんぴつをくばります。子ども5人に6本ずつくばると，何本いりますか」というものであった。小数のかけ算の文章題に向けて，ウォーミングアップのつもりで行った。しかし，式を書かせてみると，かける数とかけられる数を間違えて「5×6」と書いている児童が多数見受けられた。

かける数とかけられる数について理解することは，具体的な場面で乗法の演算決定をするために必要な力であろう。「6×5」と「5×6」は，どちらも答えは30であるが，意味はまったく異なる。かける数とかけられる数が間違っていると，小数や分数の場面でさらにつまずくものと思われる。そのため，小学校第２学年の学習から継続して，「○○のいくつ分」「○○の何倍」という見方でかける数とかけられる数をきちんと認識させておきたいものである。

(43)片桐重男「数・量の指導」『数学教育講座　第11巻　算数・数学教育の理論と構造』学習研究社　1979.1　p.220
(44)中山勘次郎「授業の心理学」『指導と評価2007.8月号』日本図書文化協会　p.46
(45)白井一之他8名「乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導」『日本数学教育学会誌 第79巻 第6号』1997.6 p.55
(46)前掲(7)　pp..93～94
(47)「小学校　難しい文章題が楽しく解けた！」『日本教育新聞』2007.10.1　p.6　注：盛岡市立仁王小・佐々木教諭の実践より
(48)ベネッセコーポレーション『進研ゼミ小学講座　文章題マスターBOOK』2007.11
(49)田中博史「田中式文章題指導のすすめ－低学年は絵に描く，高学年は関係図に書く－」『教育研究　Vol.62　No.7』2007.7　pp..80～83

第４章　中学校第１学年での実践を通して

第１節　実践の様子とその分析

この節では，中学校第１学年での実践の様子と分析について，前掲の図2-5（p.13）で示した児童生徒の活動の場面に合わせて報告する。以下の（１）～（３）の3つの場面で，線分図を活用することの利点を中心にして述べていく。

（１）問題の理解の場面

○情景を把握することができる

「文字の式」の単元で，情景をイメージするための手助けとして線分図を活用した。例えば，「周の長さが c cmの正三角形の1辺の長さ」を表す式を答える問題では，図4-1のように，3本の角材で正三角形を作り，各辺を1直線に並べ変えて線分図にした。これは，指導者側が準備し，黒板で生徒に提示した。実際に動かすことができるため，生徒にとってわかりやすいものになった。

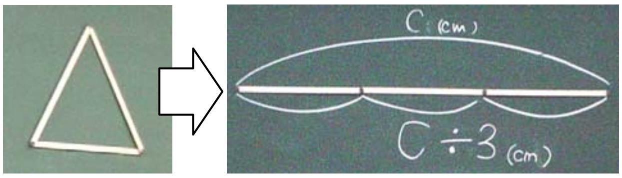


図4-1　情景をイメージするための線分図（指導者が提示）

その後の学習で，「周の長さが x cmの正方形の1辺の長さ」を表す式を答える問題が出たとき，図4-2をかいて考えている生徒がいた。既習の知識を使って実際に自分でかくことができたわけである。このように，線分図を使うことで情景をイメージしやすくなる生徒もいることがわかった。

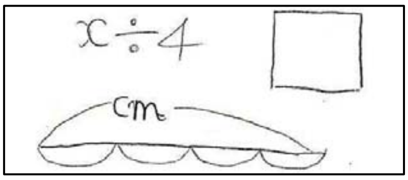


図4-2　別の問題に活用した線分図（生徒が自らかいた）

「方程式」の単元でも，情景をイメージするための手助けとして線分図を活用した。例えば，「弟が，2km離れた駅に向かって家を出発しました。それから10分たって，姉が弟の忘れ物に気づき，自転車で同じ道を追いかけました。弟は分速80m，姉は分速240mで進むとすると，姉は出発してから何分後に弟に追いつくでしょうか」という問題である。

図4-3は教科書に載っている線分図である。この線分図を活用したとき，2つの部分で生徒がつまずくのではないかと予想した。

1つは，「姉が出発したとき」と「x 分後」の2つの場面だけでは，情景をイメージできないのではないかということである。

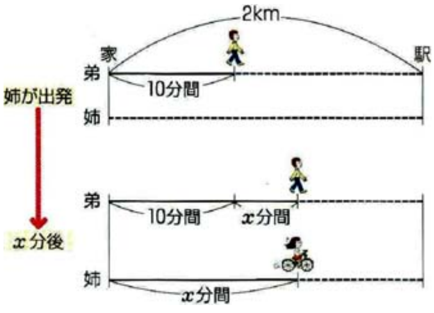


図4-3　中学校第１学年の教科書に載っている線分図

もう1つは，同じ数量であるにもかかわらず，線分の長さが違うところがあり，意味がわからないのではないかということである。「x分後」の弟と姉の線分図で，「x分間」と表されている線分の長さが違っている。小学校で学習したすべての線分図は，同じ量を表す線分は同じ長さの線分で表現されていたため，つまずかないための手だてが必要であると考えた。

そこで，図4-4のワークシートを作成した。

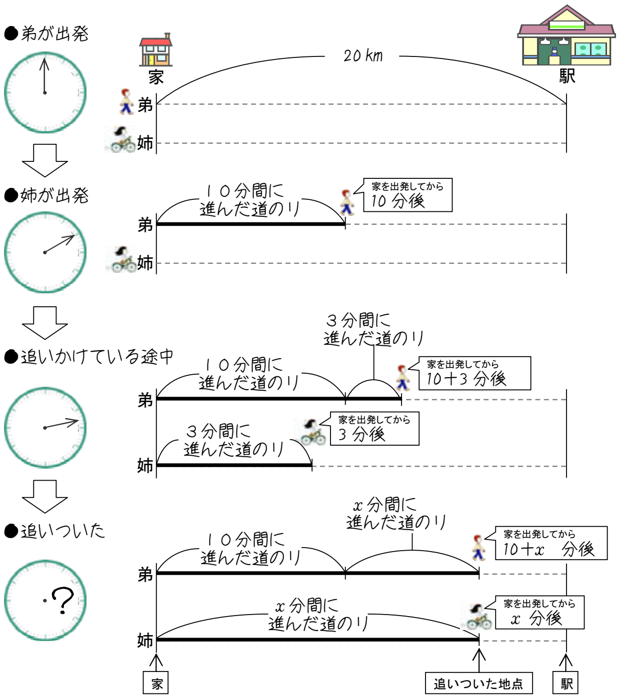


図4-4　幾つかの場面に分けて表現したワークシート

動画のような時間の流れを，ワークシート上にすべて表すことはできないため，「弟が出発したとき」「姉が出発したとき」「姉が弟を追いかけている途中」「姉が弟に追いついたとき」の4つの場面に分けて表現した。さらに実践では，棒の先に弟と姉の人形をつけた教材も準備し，それを動かしながら簡単なロールプレイングも行った。このことにより，生徒は問題の情景を明確につかむことができたようであった。

また，時間の情報は線分上には表示せず，吹き出しという形で表現した。このことにより，線分図からは進んだ距離の情報を明確に把握することができた。

さらに，時間の経過がわかるように，線分図の左側に目盛りがある時計を表示し，線分図ごとの時間を把握できるように工夫した。生徒は，この時計を何度も見て目盛りを読みながら，場面ごとの情景を確認している姿が見られた。

（２）解法の計画と実行の場面

○数量関係を把握できる

「文字の式」の単元にある「関係を表す式」で，線分図を活用した。「兄の身長 a cmは，弟の身長 b cmより4cm高い」という条件から，数量の等しい関係を見つけて等式に表すという問題であった。このとき，図4-5のような線分図を板書した。

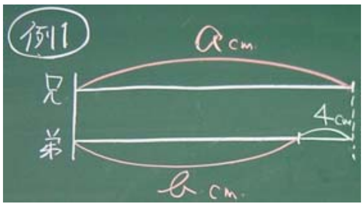


図4-5　数量の等しい関係を見つけて等式に表す場面で効果的だった線分図

そして，生徒は線分図を見ながら「$a=b+4$」「$b=a-4$」「$a-b=4$」の3つの等式をつくった。このとき，文章を読んで等式をつくるよりも，線分図を見て等式をつくるほうが，より多くの等式をつくることができるように感じた。等式を1つだけつくるのであれば，文章を読んだだけでもつくれるかもしれない。しかし，2つ，3つと等式をつくろうと思うと，視覚的に数量関係を把握できる線分図が思考を支えるものになるのではないだろうか。

この活動を通して，加法や減法の数量関係を把握するときに線分図は効果的であると感じた。小学校の学習でも，たし算やひき算の順思考問題や逆思考問題で線分図（テープ図等を含む）を活用している。やはり，量感を伴いながら数量関係を視覚的に把握することは，小学校でも中学校でも大切なのではないだろうか。線分図をかかずとも等式がつくれる生徒はいるだろうが，あえて線分図をかくことで数量関係をより明確に把握することができ，理解も深まるものと思われる。さらに，視覚的に数量関係を把握できる線分図は，頭の中での操作が苦手な生徒にとっても効果的であると考える。

しかし，数量関係をとらえやすくするために線分図を活用する上で，単純な線分図にしないと生徒は理解しにくいときがあることがわかった。それは，次の問題を解く生徒の様子からうかがえた。

「1足300円のくつ下をx足買うと，その代金が200円安くなりました。このときの代金を式に表しなさい」という問題を考えるとき，数量関係を正しく表している線分図を，6つの選択肢から生徒に選ばせた。そのときの選択肢にあった線分図の一部が図4-6と図4-7であり，どちらも正解である。しかし，6つの選択肢のうち正解は1つではないことを示したにもかかわらず，この2つを両方とも選ぶことができた生徒は27人中9人であった。また，図4-6の線分図は選んだものの，図4-7を選ばなかったり，他の間違った線分図も一緒に選んでしまったりした生徒は27人中12人であった。そして，どちらも選べなかった生徒は27人中5人であった。

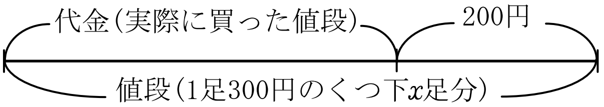


図4-6　正しい数量関係を選ぶために使われた線分図①

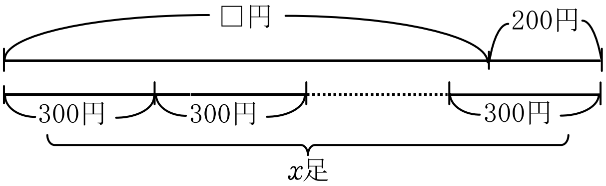


図4-7　正しい数量関係を選ぶために使われた線分図②

この結果から，図4-7の線分図について以下の3つのことを考えた。1つ目は，たくさんの数量がかかれているため，数量関係を読みとりにくいのではないかということである。2つ目は，2本の線分図で表現されており，この図の見方がわからなかったのではないかということである。3つ目は，途中を省略した点線の部分がわかりにくかったのではないかということである。

以上のことから，「1足300円のくつ下をx足買ったときの値段」が「300x円」になることの説明と「300x円と代金と200円の数量関係」の説明は，別々に行うほうがよいのではないかと思われる。

したがって，生徒には図4-8のような線分図を提示したり，実際にかかせたりすると理解しやすいだろうと考える。

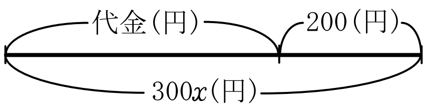


図4-8　生徒にとってわかりやすいと思われる線分図

また，代金を表す式を「200－300x」と答える生徒がいた。このような生徒が，大小関係を正しく把握し，実感を伴って理解できるようにするためにも，図4-8は効果的であると考える。

「方程式」の単元では，等しい数量関係を見つけやすいように線分図を活用した。例えば，「何人かの生徒で，あめを同じ数ずつ分けます。5個ずつ分けると12個余り，7個ずつ分けると4個たりません。生徒の人数は何人でしょうか」という問題である。啓林館の教科書には，この問題を解くための考え方として，図4-9のような線分図が載せてある。この線分図は，生徒が方程式をつくるときの手助けとなるだろう。

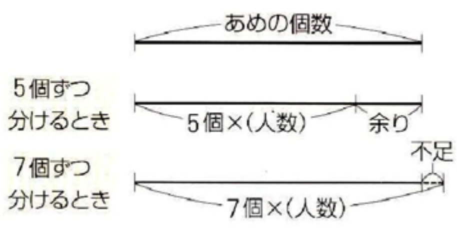


図4-9　数量関係を把握するための線分図

しかし，生徒にこの線分図の意味を理解させるためには，具体物と線分図を結びつけながら指導するほうがよいだろうと考えた。そこで，図4-10のようなワークシートを準備し，あめの絵と線分図を対応させて考えられるよう工夫した。

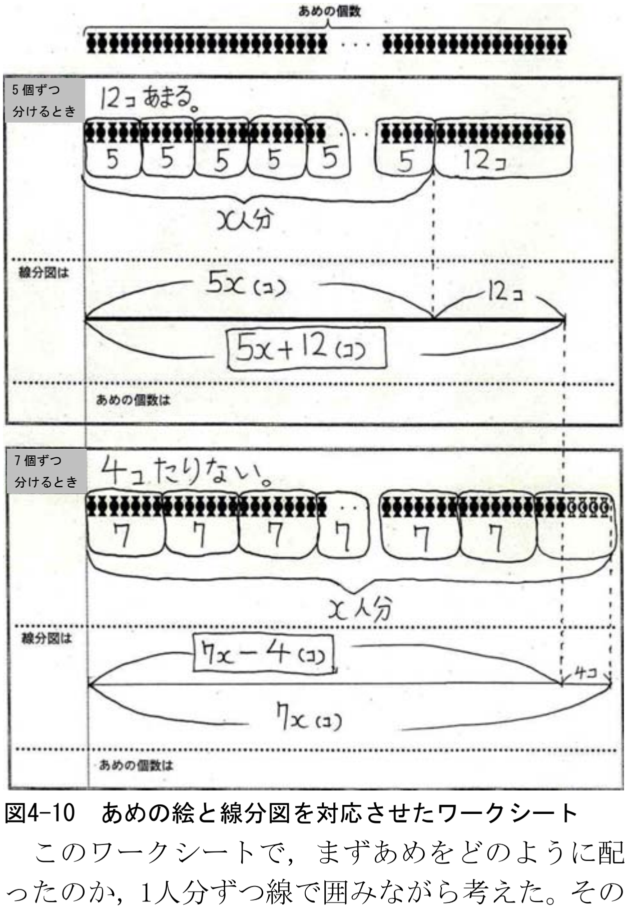


図4-10　あめの絵と線分図を対応させたワークシート

このワークシートで，まずあめをどのように配ったのか，1人分ずつ線で囲みながら考えた。その後，あめの絵と線分図を対応させながら線分図に数量をかき込んでいった。生徒は，「12個余る」ことや「4個たりない」ことを目で確認し，線分図の意味を理解した。そして，「どんな配り方をしても，あめの個数は同じ」であることを押さえ，「$5x+12$」の線分と「$7x-4$」の線分が同じ長さであることから等しい数量関係を把握することができた。授業後の生徒の感想には，「線分図はどのように役に立ちましたか」という質問に対して，「頭で考えるよりわかりやすい」「自分の中で整理ができた」「考えがまとまってわかりやすくなった」「どんな式を立てたらいいのかよくわかった」という回答が書かれていた。このことから，数量関係を把握する上で，線分図が生徒にとって役に立ったと判断できる。特に，等しい数量関係を目で見て確認できることが利点であるように感じた。

しかし，実践授業の中で，方程式をつくることはできるが，あめの絵を線で囲んだり，線分図をかくことができなかったりする生徒が多く見られた。線分図を見て考えることはできても，実際に自分でかくことには慣れていなかったと思われる。そのように考えると，あめの絵を線で囲んだり，線分図をかいたりする活動を，あえて行わなくてもよいのではないかという考え方もあるだろう。けれども，方程式をつくれる生徒が，問題の状況を説明できなかったり，図で表現できなかったりすることは，理解の仕方が不十分である姿ともいえる。筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力に課題があると指摘されている中で，やはり問題の状況を説明したり，図で表現したりする力を育成する必要があると筆者は考える。そして，このように生徒の理解を把握しながら学習を進めることにより，方程式についての理解がさらに深まっていくだろうと考える。

○演算方法を導き出すヒントになる

前述の「あめを配る問題」で，演算を決定する根拠として線分図を活用した。そして，あめの絵と線分図を対応させることで，「12個余る」や「4個たりない」ということを視覚的に把握させ，「＋12」や「−4」の演算を決定する根拠とした。

ところが，理解できたかどうか何人かの生徒に尋ねてみたところ，問題文にある言葉で加減の判断をしている生徒がいた。つまり，「余り」という言葉があれば「＋」，「たりない」という言葉があれば「−」のように考えているのである。このような方法も問題を解く手段の1つかもしれないが，数量関係を正しく把握した上で問題をとらえているとはいえないのではないだろうか。ただ単に立式できればいいのではなく，問題解決の過程を重視し，筋道を立てて考え，根拠を明らかにして解く力を育成したいと考える。

では，数量関係を正しく把握して演算を決定するとはどういうことであろうか。図4-11を使って説明していく。

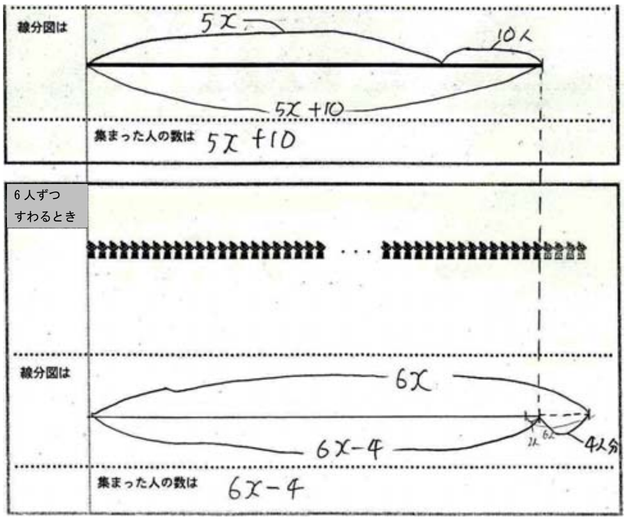


図4-11　数量関係を正しく把握して演算を決定する様子

図4-11の問題は「集会で，長いすを何脚か並べました。集まった人たちが，長いす1脚に5人ずつすわると10人がすわれず，6人ずつすわると2人だけすわった長いすが1脚できました。並べた長いすは何脚でしょうか」というものである。この問題でも，「あめを配る問題」と同様に，人の絵と線分図を対応させたワークシートを準備した。生徒は，並べた長いすの数をx脚として考え，方程式「$5x+10=6x-4$」を作った。このときの生徒の考え方を把握するために，図4-11の一部を拡大したものが図4-12である。

問題文の中に「4人」という数量は書かれていないが，この生徒は「6人」と「2人」という数量をもとに，線分図によって考え方を表現している。そして，上下2本の線分図に点線を引き，等しい数量関係を見つけ出し，「−4」という演算決定を行っている。これが，数量関係を正しく把握して演算を決定する姿であり，まさしく，問題解決の過程を重視し，筋道を立てて考え，根拠を明らかにして解く力に支えられた姿だと考える。

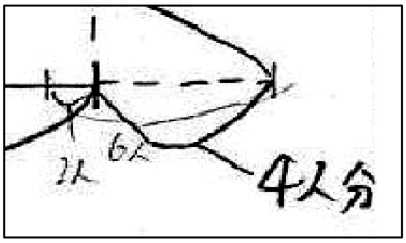


図4-12　図4-11の一部を拡大した図

○答えを予測できる

「山口さんは780円，高田さんは630円持っていて，2人とも同じ本を買いました。すると，山口さんの残金は，高田さんの残金の2倍になりました。本代はいくらでしょうか」という問題で，方程式をつくるために線分図を活用した。図4-13は，ある生徒がかいた線分図である。

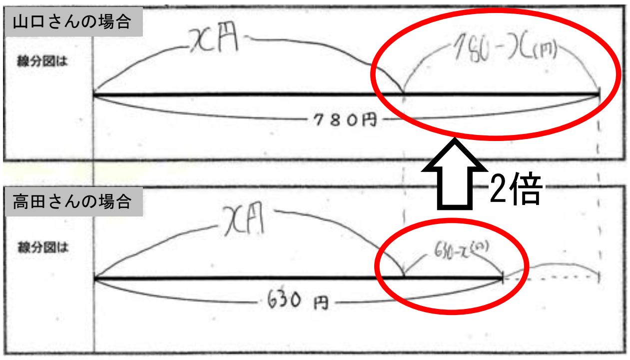


図4-13　数量関係をとらえられている線分図

この線分図を見ると，この生徒が数量関係をとらえられていることがうかがえる。「山口さんの残金が高田さんの残金の2倍である」ということを，線分図の中（図4-13の楕円部分）に表現しているからである。この生徒に尋ねてみたところ，「確かに残金の数量関係を考えて線分図をかいた」ということであった。さらに，答えを予測するよう促したところ，780円と630円の差が150円であることから，答えは480円であることを線分図から導き出すことができた。

図4-14は，別の生徒がかいた線分図である。図4-13と図4-14の線分図は，所持金と本の代金と残金の数量関係において，どちらも間違いではない。しかし，図4-14では山口さんと高田さんの残金の数量関係が2倍に着目されていない。（楕円部分）

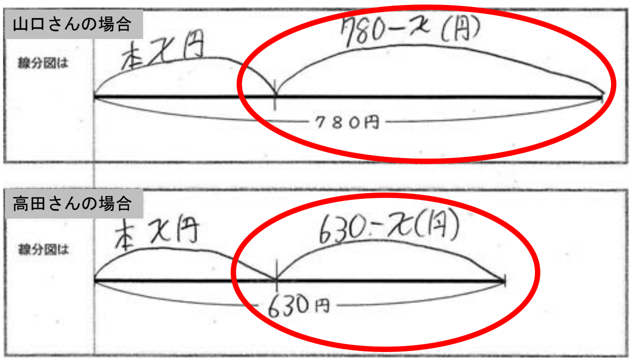


図4-14　数量関係をとらえられていない線分図

2人の生徒とも，方程式を作ることができたのだが，方程式は作れても，実感を伴った理解ができているかということについては疑問が残る。

方程式の学習としては，等しい数量関係を見つけ出し，方程式を作れることがねらいの1つである。しかし，ただ機械的に方程式を作るだけになると，不適切な答えが出ても間違いに気づかない場合がある。そうならないために，図4-13のような線分図を使って，実感を伴って理解できるように指導する必要があると考える。

○計算の仕方を考えられる

文字の式の学習に入る前に，小学校の復習として「320円の商品の消費税（5%）は何円ですか」という問題を行ったところ，正解者は24人中8人，160円と答えたのは24人中4人であった。さらに，図4-15のように，間違った線分図をかいて考えている生徒がいた。

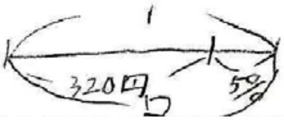


図4-15　割合の問題で見られた線分図

そのため，文字の式の単元における割合の学習では，小学校の割合の学習で活用している線分図を提示し，%の意味を確認しながら丁寧に指導する必要があると考えた。「$a$cmの7%」を求める問題で，教科書には「割合7%を分数で表すと$\frac{7}{100}$」と書かれているが，7%が$\frac{7}{100}$であることを理解できない生徒がいることが予想された。そこで，図4-16の線分図を提示した。

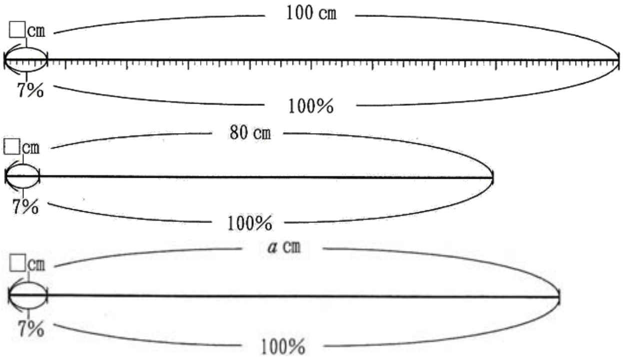


図4-16　割合の学習で使った線分図

初めに「100cmの7%」について考え，7%とは全体を100で割ったうちの7つ分にあたることを確認した。続いて「80cmの7%」を求め，最後に「$a$cmの7%」を求めた。図4-17は，このときの生徒の考え方の一例である。「aを100で割った7つ分」ということを，目盛りのついた線分図から理解できたようである。このように，実践時授業での生徒の反応はよかったと感じた。

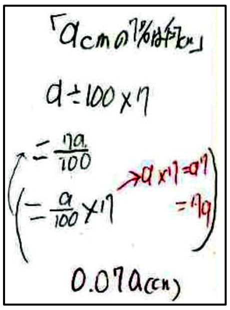


図4-17　考え方の例

方程式の単元では，代金に関する文章題で線分図を活用した。そのときの様子が図4-18である。

これは，1個x円のケーキと1本150円のジュースをまとめて4セット買うときの代金を求める場面である。このときの生徒の考え方は，「$4\times x+150$」と「$4(x+150)$」と「$4x+600$」の3つであった。

まず，「$4\times x+150$」だとケーキは4個分だがジュースは1本分になるため間違っていることを確認した。

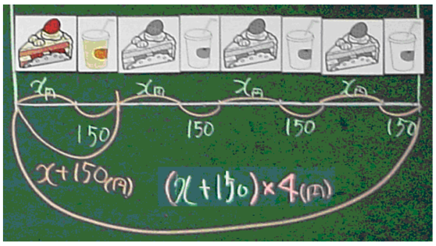


図4-18　代金に関する文章題で線分図を活用する様子

次に，1個x円のケーキと1本150円のジュースの代金が「$x+150$」になることから，「$4(x+150)$」が正しいことについて線分図を使って確認した。また，線分図の上にx 円を，下に150円をそれぞれ表示し，ケーキだけで$4x$ 円，ジュースだけで600円になること示して「$4x+600$」も正しいことを確認した。これは分配法則の考え方であり，$4(x+150)=4x+600$になることを，実感を伴って理解することができたと考える。

この，線分図を使って分配法則を理解させる取組は，畠中(50)も提案している。

（3）説明の場面

○わかりやすい説明ができる

授業後のアンケートで，「文章題を解くとき，線分図はどんなところで役立ちましたか」という質問に，「黒板にかかれた線分図を見て問題の意味が理解できた」と回答している生徒が数人いた。指導者が生徒に説明するために使われた線分図が生徒に役立ったと推察できる。このことは，生徒が自分の考えを他の人にわかりやすく説明する場面で，線分図が役立ったということではない。しかし，指導者が線分図を使って生徒にわかりやすく説明できるならば，線分図は生徒にとっても説明するために役立つものであるといえるだろう。

また，今回の実践授業では，生徒が自分の考えを説明する活動を十分に設定することができなかった。しかし，授業の中でお互いに教え合う生徒の姿は何度か見られた。その中には，線分図を使って他の生徒に説明している生徒がいた。その様子から，言葉だけで説明しているときよりも線分図を使っているときの方が相手は理解しやすいように感じられた。そして，説明の際には，「○○だから」「なぜなら」と，根拠を明らかにしながら説明する姿が見られた。

このように，生徒同士の学び合いや自分の考えを説明する活動においても，線分図を活用しながら筋道を立てて考える力や自分の考えを表現する力を育成できると実感した。

第２節　実践を通して見えてきたこと

（１）中学校で線分図を効果的に活用するために

中学校の教科書には小学校の教科書ほど線分図が掲載されていないのはなぜだろうか。その理由として，筆者は次の3点を考えた。

1つ目は，中学校は小学校より新しい演算の概念やその計算の仕方を学習する場面が少ないからではないかということである。小学校では小数や分数の計算など，新しい演算の概念やその計算の仕方を学習する場面で線分図が活用されている。一方，中学校では数の代わりに文字を使って式を表す学習をすることになり，そのときの演算の概念は小学校で学習した簡単な四則演算程度の内容で十分対応できる。そのため，線分図を活用する場面は中学校の方が少なくなると考える。

2つ目は，第２章でも述べたように，小学校は中学校よりも文章題を逆思考で考えていくことが多いからではないかということである。逆思考で考える文章題を解くときに，思考を支えるために線分図を活用することが多い。ところが，中学校で文章題を解くときには，求めるものを文字で表すことにより順思考で考えることが可能になる。そのため，中学校で線分図を活用する機会が自ずと少なくなるのではないかと考える。

3つ目は，中学校の文章題で必要とされる考え方は，小学校の文章題で用いられた考え方で十分対応できるからではないかということである。例えば，中学校の方程式の単元に「2000円で，ばら6本と380円のかすみそうを買うと，お釣りが300円でした。ばら1本の値段はいくらでしょうか」という文章題がある。この問題を解くための考え方は，すでに小学校で学習している。このように，中学校の文章題では小学校で学習しなかったような新しい考え方を必要とするわけではない。そのため，線分図を使わなくても理解できると考えられているのだろうと考える。

以上の3つの理由から，中学校の教科書にはあまり線分図が掲載されていないと思われる。しかし，小学校の多くの学習場面で活用されてきた線分図を中学校でも活用しない手はないだろう。

では，中学校で線分図を効果的に活用するためにはどうすればよいのだろうか。それは，第２章でも述べたように，文章題を解く過程において，数量関係を把握する場面で活用することであると考える。さらに，小学校で学習した線分図を中学校で取り入れることにより，文字を使った問題でも生徒の思考を支えることができると考える。

そこで筆者は，実践授業を通して学んだことをもとに，線分図を中学校で活用するためのポイントを以下の3点にまとめた。

①小学校で学習した線分図を中学校でも活用する

小学校と中学校で，文章題を解く過程における大きな違いは，文字を使って考えるか否かである。しかし，数量関係を把握する上で，視覚的な表現は数にも文字にも同じ図で対応できるという良さがある。小中9年間の学習の中で，この良さを生かさない手はないだろう。例えば，加法の概念を指導する場合には，図4-19の線分図を使うことによって，よりわかりやすくなると思われる。

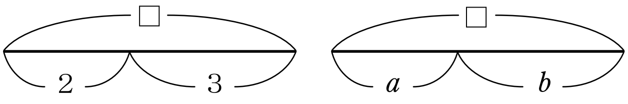


図4-19　数にも文字にも同じ図で対応できる線分図の例

実践授業の中で，「男子がa人，女子がb人の学級全体の人数」を式で表すことができずに悩んでいる生徒がいた。しかし，「男子が22人，女子が18人の学級全体の人数は？」と尋ねたところ，その生徒は40人と答えることができた。つまり，「文字を使った問題」では悩んでいた生徒でも，「整数の問題」では答えられたわけである。そのとき，線分図をかいてみるよう生徒に促したが，その生徒は線分図をかくことができなかった。そこで，図4-20の線分図を生徒に提示し，整数のときと文字のときの考え方が同じであることを確認したところ，学級の人数が$a+b$になることを理解できた様子であった。これは，数と文字を同じ線分図で考えたことによって理解できたのではないかと考える。

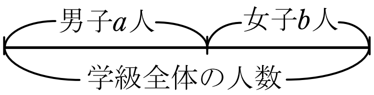


図4-20　加法の概念を理解させるための線分図

図4-20のような線分図は，小学校の加法の概念を理解させる場面でも使われている。このように，小学校で学習した線分図を中学校でも活用すると効果的であると考える。

②「整数の問題」から「文字を使った問題」へ移行するときに線分図を活用する

文字を使った問題は，中学校で初めて学習する。この問題は，指導者が考えている以上に生徒にとって難しいものである。このことを，指導者は意識する必要があると考える。「文字を使った問題」

の文字のところを整数に置き換えて考えれば簡単にできる問題であっても，文字が使われているだけで生徒にとっては難しい問題なのである。例えば，「1個x円のクッキー6個を150円の箱につめてもらったときの代金」を式で表すという問題で，「x＋150」や「x×150」などと誤答する生徒が見られた。問題文のxの値を整数にするとできるのだが，文字を使っていることでつまずく生徒がいるのである。

このようなつまずきを防ぐためにも，「整数の問題」から「文字を使った問題」へ移行するときに図4-21のような線分図を活用し，視覚的に数量関係を把握させることができるのではないかと考える。

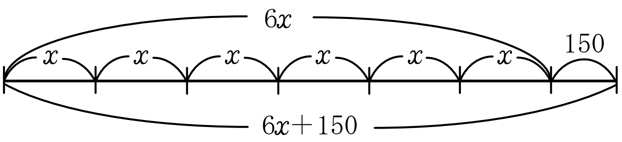


図4-21　視覚的に数量関係を把握させるための線分図

③文字を使った線分図の見方を理解させる

実践授業の中で，図4-22の線分図で□を求める式はわかるが，図4-23の線分図で□を求める式がわからない生徒がいた。図4-22で「□は2＋3」ができた生徒が，図4-23で「□はa＋b」と考えることができなかったわけである。このように，数を使った線分図は理解できるが文字を使った線分図は理解できない生徒がいるということも，線分図を活用する上でのつまずきになることが予想される。

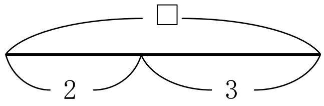


図4-22　整数の加法の線分図

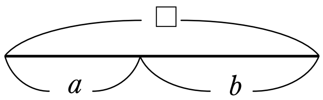


図4-23　文字式の加法の線分図

そこで，文字を使った線分図の見方を指導する必要があると考える。例えば，図4-24のような線分図において「線分AC，DF，CD，AF，DE，CFの長さを文字の式で表す」という問題をさせるのである。この問題は，文字を使った加法，減法，乗法，除法の概念を理解していなければ解けない。このような問題を活用し，線分図の見方を理解させることも大切であると考える。

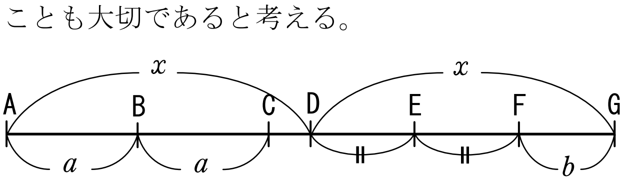


図4-24　文字の式を理解するために活用したい問題

（2）文章題を指導する上での留意点

実践授業を通して見えてきた，文章題を指導する上での留意点を4点述べる。

①根拠を明らかにしながら演算決定を行う

本章第1節で述べたように，実践授業の中の過不足の問題では，問題文の中にある言葉で演算決定をしている生徒が見られた。そこで，教科書にある問題と次のような問題を同時に提示し，線分図を活用しながら筋道を立てて考えることの大切さを感じ取らせることが必要であると考える。

例えば「何人かの生徒がお金を出し合って，ある品物を買おうとしています。600円ずつ出し合うと100円余り，550円ずつ出し合うと300円たりなくなるそうです。生徒は何人いるでしょうか」という問題である。生徒の人数をx人とすると，600x－100＝550x＋300という方程式がつくれる。このとき，言葉で加減の判断をしていた生徒はつまずくであろう。しかし，このつまずきが筋道を立てて考えることの大切さに気づくきっかけになると思われる。線分図を活用することによって数量関係を視覚的に把握し，根拠を明らかにしながら演算を決定する力を養いたいものである。

また，過不足の問題でつまずく生徒が多いため，段階をふんで過不足の数量関係を把握させることが大切であると考える。啓林館教科書では，方程式の前単元である「文字の式」の章末問題で，過不足の問題の布石として「x個のクッキーを，1人4個ずつy人に配ると3個余ります。x，yの関係を等式に表しなさい」という問題を扱っている。啓林館以外の教科書の中には，文字の式の単元の最後に学習する「関係を表す式」で過不足の問題の布石となる問題を扱っているものもある。このように，練習問題を工夫することも，過不足の問題へスムーズに移行する上で大切であると考える。

②加法と乗法の概念を正しく理解させる

例えば，「1個300円のくつ下をx足買うと値段はいくらか」という問題を考えるとき，導入として「1個300円のくつ下を2足買うと値段はいくらか」「3足ではどうか」と尋ねてみた。すると，「600円」「900円」という答えが返ってきた。そこで，「ではx足ではどうか」と尋ねると，「300x（円）」と答える生徒の他に「300＋x（円）」と答える生徒が出てきた。この間違いは，2足や3足のときの計算を「300×2」や「300×3」のように乗法で求めるのではなく，「300＋300」や「300＋300＋300」

のように加法で求めていたからであった。加法と乗法の概念は小学校で学習する内容であるが，中学校でも再確認する必要があると考える。

③かける数とかけられる数に気をつけて指導する

図4-25は，「(1)10円硬貨a枚と1円硬貨b枚をあわせた金額」と「(2)1冊x円のノート3冊と1本y円のボールペン5本を買ったときの代金」を式で表すという問題を解説する場面である。

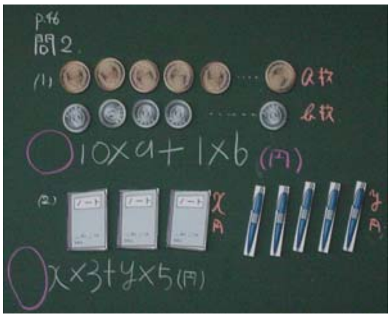


図4-25　かける数とかけられる数に気をつけて指導する場面

中学校では10円硬貨a枚の金額を表すとき，乗法の記号「×」を省略して「10a」と表現することになる。したがって，10×aと考えても，a×10と考えても，表現としては同じになるため，その考え方の違いが指導者に意識されにくいときがある。小中9年間をつなぐためには，小学校で学習したように，かける数とかけられる数を単位に注目して考えさせながら理解させるように指導していくとよいと考える。

④単位の表記や理解でつまずく生徒に留意する

小学校と中学校の啓林館教科書で，単位の表記に違いが見られる。例えば重さの単位は，小学校では「$\mathscr{g}$」，中学校では「ｇ」を使っている。そのため，実践授業の中で，「1個aｇの品物3個とbｇの品物1個の合計の重さ」を式で表すとき，「ｇ」の意味がわからず，「aｇ×3＋bｇ」のようにかく生徒がいた。このことから，「$\mathscr{g}$」と「ｇ」は同じ単位であることを指導する必要があると考えた。

また，中学校で文字が使われ始めることによって，文字と単位の区別ができない生徒も見られた。例えば，「分速aｍで10分間歩いたときの道のり」を式で表すとき，「aｍ×30」のようにかいている生徒がいた。「a」が長さであり「ｍ」が単位であることがわからず，「aｍ」を量としてとらえていたのである。文字が使われ始めると，このような場面でも生徒はつまずくということがわかった。

以上のようなつまずきに対する手だても，事前に準備しておく必要があると考える。

(50)畠中聡「線分図で考える分配法則の指導」『教育科学　数学教育　2007.4月号』明治図書　pp..15～17

おわりに

中央教育審議会教育課程部会は，新しい学習指導要領に向けて，これまでの審議をまとめたパンフレットを作成した。その中で，小・中・高等学校の算数・数学科の内容として「言葉や数，式，図，表，グラフなどを用いて考えたり，説明したり，表現したりする力の育成を重視する」(51)ことを掲げている。また，教育内容に関する主な改善事項として「知識・技能の定着のための繰り返し学習や，思考力や表現力等の育成のための観察・実験，レポートの作成や論述などを行うために必要な時間を確保する」(52)と述べている。

このことからも，筋道を立てて考えたり，自分の考えを表現したりする力を，小中9年間を通して育成することが，今求められているということは明らかである。

本研究では，そのために，線分図で視覚化することによる児童生徒・指導者にとっての利点を意識し，文章題指導の具体的な在り方を追究した。そして，実践授業を通して，頭の中で考えていることを視覚化することが，児童生徒の思考を支え，思考力や表現力の育成につながると実感できた。それと同時に，児童生徒のつまずきを把握できるなど，指導者にとっても役立つことを確認できた。

頭の中で考えていることを視覚化する方法の中で，線分図は優れた方法の1つである。小学校算数の学習において，多くの場面で線分図が活用されているならば，小学校算数で学習したことを生かした中学校数学の学習ができるのではないかと，実践を通して強く感じた。そうすることによって，筋道を立てて考える力や自分の考えを表現する力が小中9年間で継続的に育成され，小学校算数や中学校数学の学習でつまずく児童生徒が少しでも減ってくれることを願う。

最後に，本研究のためにご尽力いただいた京都市立紫野小学校と京都市立嘉楽中学校の教職員の方々，そして，実践授業にご協力いただいた児童生徒の皆さんに，心から感謝の意を表したい。

(51)中央教育審議会教育課程部会『教育課程部会におけるこれまでの審議のまとめ』2007.11.
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/pamphlet/20071108/006.pdf　2008.1.16

(52)前掲(51)
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/pamphlet/20071108/005.pdf　2008.1.16