

## 子どもたちが意欲的に取り組む算数・数学教育の在り方

### — 小中一貫指導をふまえた算数的・数学的活動の開発（図形編） —

今日の算数・数学に関する学力低下について多くの声が聞かれる。国際的な調査によると、得点順位の低下はみられるが、いわゆるテストの点数については一概に学力低下とはいえない状況にある。しかし、これは安心材料ではなく、課題となっているのは「関心・意欲・態度」と称される部分である。これはテストの結果からは見えにくいものである。また、学習への意欲についても課題があるとの指摘も多い。

本研究では、小学6年「体積」、中学1年「平面図形」の単元で、「計画の充実」「授業の改善」「教材の開発」を研究の柱とした。そこでは、義務教育9年間をつなぐ視点として「学習目標の一貫性」「学習内容の系統性」「学習指導の継続性」「子ども理解の一貫性」を意識した小中一貫指導をふまえ、算数的・数学的活動を重視した学習プログラムによる実践授業研究を行った。そこで、研究の実践事例と改善点などを報告する。

# 目 次

はじめに	1	(2) 実践授業に向けて	23
		(3) 実践授業を通して	25
<b>第1章 算数・数学教育の課題</b>		<b>第3章 研究の成果と課題</b>	
<b>第1節 学力をどのように把握するのか</b>		(1) 子どもたちの変容	32
(1) 諸調査の結果からみえてくるもの	1	(2) 小中一貫教育は	
(2) なぜ、小中一貫教育が必要か	5	どのように進めればよいか	35
(3) 算数的・数学的活動について	7	(3) 算数的・数学的活動を	
<b>第2節 研究の構造</b>		どのように取り入れればよいか	35
(1) 授業をより良くするために	8	(4) 今後、必要なことは何か	36
(2) 学習計画をより充実させるために	9		
(3) 必要な教材	12		
<b>第2章 実践授業での様子</b>		<b>おわりに</b>	36
<b>第1節 小学校での実践授業</b>			
(1) 子どもたちの実態	14		
(2) 実践授業に向けて	15		
(3) 実践授業を通して	17		
<b>第2節 中学校での実践授業</b>			
(1) 子どもたちの実態	23		

---

<研究担当> 大場 尚博 (京都市総合教育センター研究課研究員)

<研究協力校> 京都市立東和小学校・京都市立室町小学校・京都市立烏丸中学校

<研究協力員> 今西 泰江 (京都市立東和小学校教諭)  
・川 誠 (京都市立東和小学校教諭)  
西田 保子 (京都市立室町小学校教諭)  
今村 吉孝 (京都市立室町小学校教諭)  
西岡 繁穂 (京都市立烏丸中学校教諭)

## はじめに

近年、子どもたちの学習意欲の低下を危惧する声が多く聞かれるようになった。2003年に実施された国際調査(PISA2003, TIMSS2003)の結果から、文部科学省では「数学への興味・関心や授業の楽しさに関する質問に対して、肯定的に回答したわが国の生徒の割合はOECD平均より少ない」(1)と述べている。また、小学校学習指導要領解説では「日本では算数が好きであるという児童の割合が国際的にみると低い」と述べ、また平成17年度京都市教育委員会『指導の重点』(2)においても「学ぶ意欲の低下」を課題として取り上げた。さらに、昨年度までの本市教育委員会研究課の研究においても、今後の課題として『学習意欲の向上』に向けた今回の研究実践に改善の余地が大いにある(3)と指摘している。以上のことから、今日の算数・数学教育で課題として、「学習意欲の向上」をいかに図るかが挙げられる。先に述べたように「数学への興味・関心」がうすれているなかで、算数・数学のよさや楽しさに気付かせ、算数・数学への興味・関心が高まる取組が必要と考える。

そこで、これらの背景を踏まえて「学習意欲の向上」という課題克服を目指すとき、小中の一貫した系統性ある指導計画の充実を進め、小中の連携を基盤とした算数科・数学科の共通の指導観をもち、算数的・数学的活動を多く取り入れた授業の展開が必要であると考え。

本研究では、昨年度までの研究の成果を出発点としながら、子どもたちの変容や小・中の指導者の声も大切に、「学習意欲の向上」のために、子どもたちが算数・数学のよさや楽しさを知り、理解することが大事であると捉え、算数的・数学的活動を中心とした授業展開、そのための教材の開発と工夫の有効性を明らかにすることを目的とし、学力の向上へつなぐと考える研究を進めた。

## 第1章 算数・数学教育の課題

### 第1節 学力をどのように把握するのか

#### (1) 諸調査の結果からみえてくるもの

子どもたちの学力実態を把握するために、国際的な調査、国内での調査、京都市での調査をそれぞれ見ていく。

最初に国際的な調査については、2003年に経済協力開発機構(OECD)が実施した「生徒の学習到達度調査」(4)(以下PISA2003とする)と同年に実施された国際教育到達度評価学会(IEA)の「国際数学・理科教育動向調査の2003年調査」(5)(以下TIMSS2003とする)の結果を受け、平成16年度臨時全国都道府県・指定都市教育委員会指導主事会議(2005年1月)(以下指導主事会議)での内容と2005年7月に文部科学省が発表した資料(6)(以下指導資料とする)を参考にみていく。

まず、得点について2つの調査の結果は以下のようであった。

表1-1 平均得点の国際比較 (PISA2003)

調査分野	2000年	2003年
数学的活用能力	1位	6位
読解力	8位	14位
科学的活用能力	2位	2位
問題解決能力	—	4位

表1-2 各国・各地域の算数の得点変化 (TIMSS2003) (点)

	TIMSS1995	TIMSS2003
シンガポール	590	594 1位
香港	557	575 2位
日本	567	565 3位
台湾	不参加	564 4位
ベルギー	不参加	551 5位
国際平均値	517	495

表1-3 各国・各地域の数学の得点変化 (TIMSS2003) (点)

	TIMSS1995	TIMSS2003
シンガポール	609	605 1位
韓国	581	589 2位
香港	569	586 3位
台湾	不参加	585 4位
日本	581	570 5位
国際平均値		467

両調査結果からいえる事は、経年変化や他国との数値の違いをみると、確かにその値は低下している。しかし、指導主事会議では、PISA2003の結

果から、数値の変化はあるが統計的に有意差は認められないとして、「我が国の学力は全体として国際的に見て上位」(7)としている。ただし、TIMSS 2003の結果からは「小学校理科、中学校数学は前回より得点が低下(小4, 中2を対象)」(8)とも指摘し、決して楽観視しても良いとは述べていない。さらに、2005年7月に文部科学省が発表した指導資料では、算数において特に変化はみられないとしている(9)。しかし、数学については大きく低下していることはないが、「有意に低くなっている」(10)と指摘した。

次に、学習の背景として学習への意識や学習環境条件に関する調査についてみることにする。

表1-4「算数の勉強は楽しい」(TIMSS2003)

	強くそう思う		そう思う		そう思わない, まったくそう思わない	
	1995	2003	1995	2003	1995	2003
日本 (%)	16	29	56	36	28	35
国際平均 (%)	46	50	38	28	16	22

表1-5「数学の勉強は楽しい」(TIMSS2003)

	強くそう思う		そう思う		そう思わない, まったくそう思わない	
	1999	2003	1999	2003	1999	2003
日本 (%)	6	9	33	30	61	61
国際平均 (%)	25	29	44	36	31	35

表1-4, 5は、学級の雰囲気に関してや算数・数学に対する自信についての調査結果である。特に気になるのは数学の勉強は楽しいかとの質問に、「そう思わない, まったくそう思わない」と否定的に答えた生徒が61%と高く、1999年の調査と変化していない点である(11)。

さらに、PISA2003では、「学ぶ意欲」についての調査を行った。「数学で学ぶ内容に興味がある生徒」は32.5%で、OECD平均の53.1%を下回っている。また、1週間の「学校以外の勉強時間」の平均は、日本が6.5時間でOECD平均の8.9時間を下回る結果となった。

これらの結果から指導主事会議では、「授業を受ける姿勢は良いが、学ぶ意欲や学習習慣に課題」(12)と指摘している。

以上の点と学習背景の調査結果を踏まえて指導資料では、「学習指導の改善に向けて」として算

数と数学について以下のような指摘をしている。

〈算数〉 (13)

- (1) 数量や図形についての知識・理解を、実感をともなって身に付けるようにすること
- (2) バランスのよい資質や能力を身に付けるようにすること
- (3) 数量や図形についての作業的・体験的な活動など算数的活動を積極的に取り入れること
- (4) 基礎・基本の定着のため個に応じた指導を充実すること

〈数学〉 (14)

- (1) 基礎・基本の定着と数学的な概念の意味理解を深めること
- (2) 数学的に解釈し表現する指導を重視すること
- (3) 数学についての有用性を実感する機会をもたせる指導を重視すること

次に国内の調査として、2003年1月と2月に国立教育政策研究所が実施した、「平成15年度小・中教育課程実施状況調査」の結果について、調査結果をもとに出された、「調査結果の概要」(15)(以下概要)から子どもたちの学力をみていく。

この調査では、「ペーパーテスト調査」と「質問紙調査」を行った。

図1-1 2001年度実施と同一問題での比較

「平成15年度小・中教育課程実施状況調査」

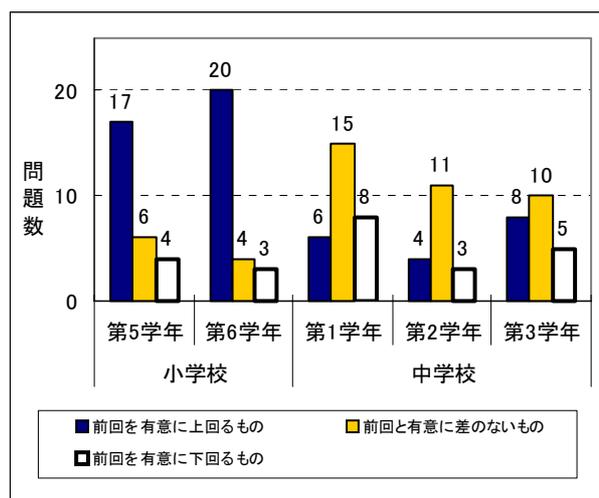
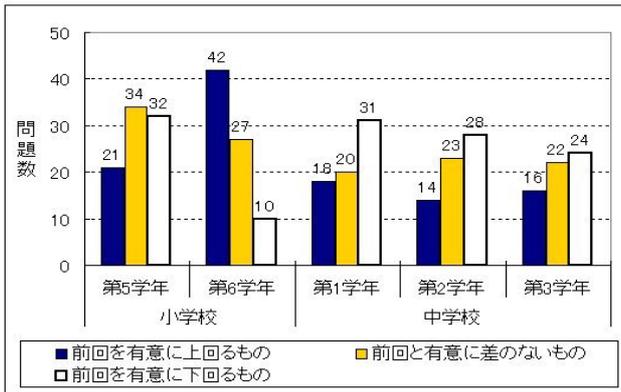


図1-1は前回(平成13年度)実施した調査との同一問題による比較である。この結果から「中1を除く、小学校及び中学校のすべての学年において、前回の通過率を有意に上回る問題数が有意に下回る問題数より多い」(16)と評価している。

図1-2 設定通過率の比較



また、図1-2は設定通過率との比較である。この結果については「小学校及び中学校のすべての学年において、設定通過率を上回る又は同程度の問題数が半数以上」(17)と評価している。

さらに、国際調査と比較した視点から小学校では「国際調査で指摘された、分数や小数の意味や表し方に関わって、分数 $\frac{7}{10}$ や小数0.6などの数を数直線上に表す問題(5年)での通過率は、設定通過率と同程度であった」(18)とし、中学校では「国際調査において指摘された、『基礎的・基本的な計算技能の定着』について、本調査では低下傾向は見られない」(19)と述べている。

しかし、プラス面ばかりではなく、小学校、中学校それぞれで、以下のような問題に関して、「設定通過率を下回っていた」と指摘した。

〈小学校〉(20)

- 分数の除法の式をつくる問題(6年)など、計算の意味理解に関わる問題
- 面積の求め方を活用する問題
- 円周率の意味や活用に関する問題
- 三角柱や円柱に関する同一問題
- 四則計算の性質に関する問題や百分率に関する問題
- 「数学的な考え方」において、数量の関係の規則性をとらえて式に表現したり解決したりする問題

〈中学校〉(21)

- 数量を、文字を用いて表現したり、式を読んだりするといった数や文字式の意味理解の問題、関係の理解の問題
- 整数と分数の除法計算
- 「文字式による証明」、「方程式の利用」、「方程式の解の意味」の問題
- 「角柱、円錐などの表面積と体積を求める」問題

- 証明に関わる問題
- 「反比例に関する問題」
- 確率の意味の問題
- 事象の正誤を判断し、その理由を記述する問題
- (数学の)「よさを答える問題」
- 記述式の問題のうち、自分の考えを書く問題
- 記述式の問題では無解答の反応率が高い
- 「計算の意味理解などについての定着」、「数学的に解釈する力や表現する力」、「実生活と数学の関連」など

次に、同調査の「質問紙調査」をみると、小学校では「『算数の勉強は大切だ』という質問に対して、肯定的な回答が9割を超えている。また、『算数の勉強が好きだ』という質問に対して肯定的な回答は前回調査より増加している」(22)といった結果になった。しかし、中学校では「『将来、数学の勉強を生かした仕事をしたい』などの質問に対する肯定的な回答が他の質問より低く、国際調査の意識調査と同じ傾向であった」(23)と学習意欲に関して低い傾向が見られた。さらに「『普段の生活に役立つか』という質問では、学年が進むにつれて役に立たないと答える生徒が増える傾向にある」(24)としている。

以上のような課題から「指導上の改善点」を「小・中学校を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識・技能を習得し、多面的にものを見る力や論理的に考える力を培うために、学習指導要領の趣旨を踏まえ、実生活における事象と関連を図りながら、数学(算数)的活動に取り組んでいくことが必要」(25)と前置きしたうえで以下のように述べている。

〈小学校〉(26)

- 数量や図形についての基礎的・基本的な内容を確実に身に付ける指導の工夫
- バランスのよい資質や能力を育成する指導の工夫
- 数学的な考え方を読みとる力や表現する力を高める指導の工夫
- 問題解決の過程を重視する指導の工夫
- 算数を生活に生かし、数学的に発展させる指導の工夫

〈中学校〉(27)

- 数学が役に立つことを生徒に実感させる指導
- 数学の世界で考察する力の育成
- 数と式、式についての意味理解の定着

- 関数に関する指導の充実
- 推論の過程を的確に表現する能力の育成
- 小学校との連携, 高等学校との連携を考えた指導

最後に, 本市教育委員会が2004年12月から2005年4月にかけて行った小学校算数 (28) と中学校数学 (29) の「学力定着調査」報告をもとに本市の児童・生徒の実態をみていくことにする。

図1-3 京都市教育委員会「学力定着調査」観点別の通過率 (算数)

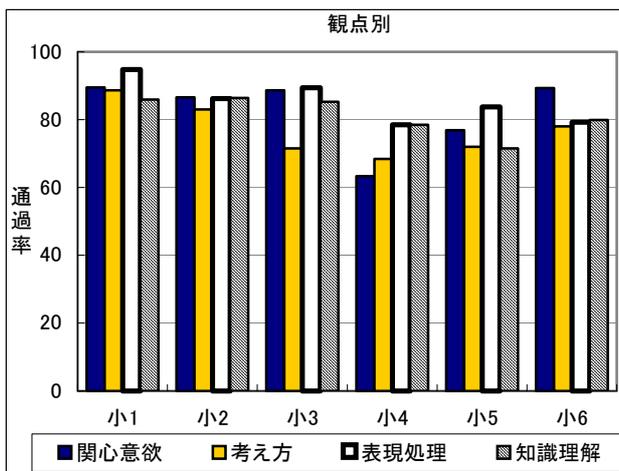


図1-4 京都市教育委員会「学力定着調査」領域別の通過率 (算数)

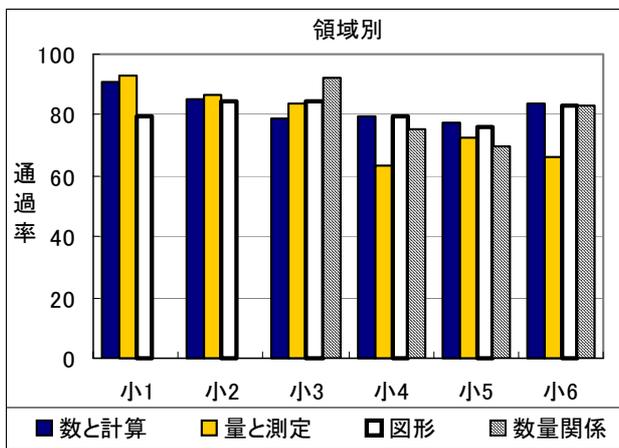


図1-3と図1-4のグラフは, 小学校算数における調査で観点別, 領域別平均通過率である。グラフからでは目立ったところは見られず, 報告のなかでも, 各学年とも「全体としての実現状況はおおむね良好である」(30) としている。特に計算技能については「計算技能習得を目指す取組の成果といえる」(31) と評価している。しかし, 報告では, 以下のように指導の工夫として, 様々な指摘をしている。

- <小学1年> (32)
    - 算数の学習を支えている日常経験を豊かにする工夫も必要である。
  - <小学3年> (33)
    - 学習したことを日常に生かすなど日常化の取組が不可欠。
  - <小学4年> (34)
    - 繰り返し学習ができるように配慮していきたい。
  - <小学5年> (35)
    - 自分の解き方をふり返る, 他の考え方と比較して要点をつかむ, 多様な解き方を活用して自分で答えの確かめることなどが必要。
    - 児童主体の問題解決的な学習を進め, 話し合い活動を活発に行うという授業の構築が望まれる。
  - <小学6年> (36)
    - 自らの力で考えていくという学習の充実, 話し合い活動の充実が望まれる。
- 次に, 中学校数学についての調査結果をみていく。

図1-5 京都市教育委員会「学力定着調査」観点別の通過率 (数学)

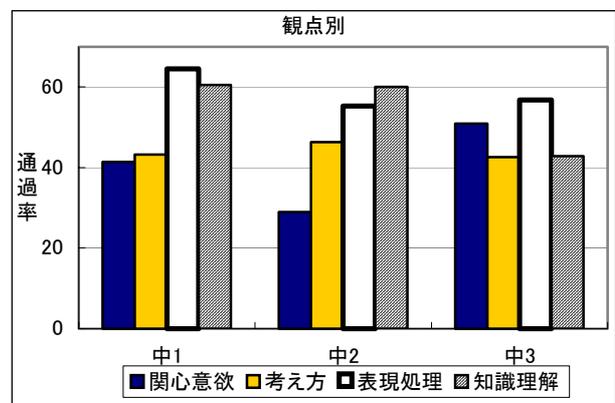


図1-6 京都市教育委員会「学力定着調査」領域別の通過率 (数学)

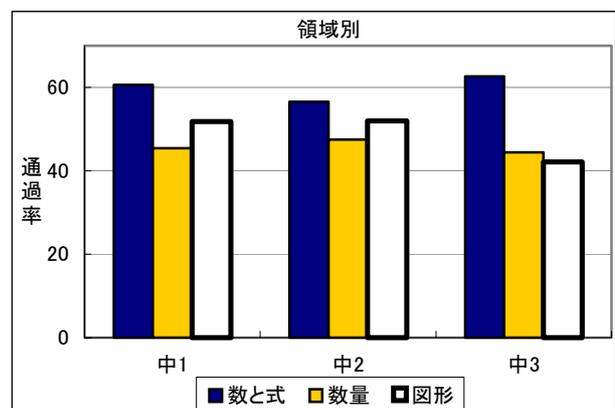


図1-5と図1-6は、中学校数学における調査で観点別、領域別の平均通過率である。グラフが示すように、以前からの課題として観点別では「関心・意欲・態度」「数学的な考え方」は他の観点と比べても低くなっている。また、領域別では学年進行にともない、図形領域において低下傾向が見て取れる。また、報告の中の「結果の概要」では、細かく分析を進め、以下のように指摘している。

〈中学1年〉 (37)

- 身の回りの事象と関連づけた理解が不足している。
- 分数を使う問いでの通過率が悪い。
- 円の面積や円に係る周囲の長さを求める問題の通過率が悪く、求積の公式の定着が不十分である。
- 面積の求め方の応用力に欠ける。

〈中学2年〉 (38)

- 正比例や反比例の比例定数の求め方やグラフから正比例を求める問題では、大きな落ち込みがある。
- 基石の並び方の特徴から法則を求め、条件に当てはまる基石の個数を求める問いでの通過率が低い。

〈中学3年〉 (39)

- 日常の事象と一次関数の関係を関連づけて理解し、同じ2点を通る直線の式を求める問題では、最も通過率が低かった。
- 平行線内においては、底辺が等しい三角形の面積が等しいことへの理解に欠けており通過率が低い。
- 円すいの側面の中心角を求める問いでは、通過率が11%と低く、円すいの展開図をかくことへの理解が十分ではない。

これらの報告で小・中学校ともに共通していることは、算数・数学で学習したことが日常生活に活かさないことや、操作などの活動を通じた経験不足が要因ではないかと考える。

以上のように諸調査の結果から、子どもたちの得点力を考えると、国際調査などからは得点順位が下がったことは事実であるが、その一点だけを取り上げて、全体的に学力が低下しているとはいえない。即ちある程度得点力はあると考えられる。これは京都市の小・中学校においてもいえることで、テストの得点だけをみると、一概に学力の低下とは言い切れない。しかし、課題に目を向けるとテストの結果からは見えにくく、学年進行

とともに下がる傾向が見られた「関心・意欲・態度」については、これからの課題として取り組んでいかなければならないと考えられる。さらに、体験的な活動や操作を通じた学習を多く取り入れていかなければならないとする指摘も多かった。子どもたちは、あまり経験・体験することなく算数・数学の「解き方」を身に付け、計算などに関してはその能力を発揮するようである。しかし、数学的に考えを進め、深めることや、身の回りの日常生活に活かすことはできていないようである。その結果、算数・数学への興味関心が薄れている現状があると考えられる。この状態を、算数・数学は単に計算を目的としてのみ扱われる危険性が高くなることが心配される。

## (2) なぜ、小中一貫教育が必要か

下に示した図1-7は前項で示した京都市における学力定着調査の算数・数学の平均通過率を小学1年から中学3年まで並べたものである。図1-8は同じ調査において観点別の通過率を同じように並べたものである。(40)

図1-7 京都市教育委員会「学力定着調査 算数・数学」における平均通過率

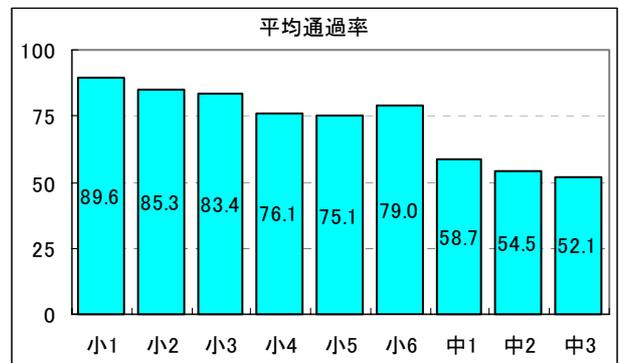
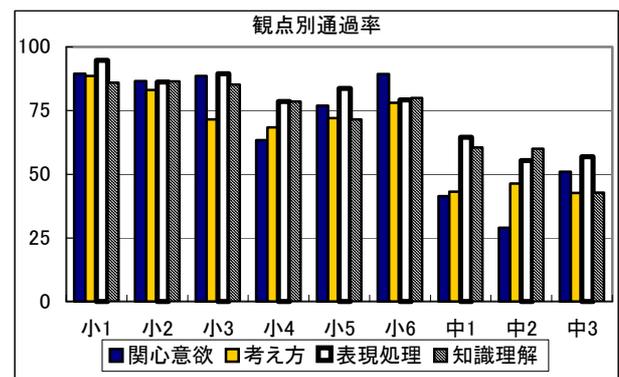


図1-8 京都市教育委員会「学力定着調査 算数・数学」における観点別通過率



いずれのグラフも学年進行とともに値が下がっているのがわかる。しかも、小学6年から中学1年への落ち込みが激しい。さらに観点別では、関心意欲の落ち込み方が激しくなっていることが見て取れる。

算数・数学教育の特性の一つとして「学習の積み上げ」が挙げられる。これは、算数から数学といった大きなものに限らず、学年進行ごとに積み上げられていくものである。この視点から先の「右下がり」のグラフを見るとどうであろうか。確かに算数から数学へと変わり、内容も難しくなっていることは事実であろう。しかし、それだけで「右下がり」のグラフにはならないのではないだろうか。これは、学年単位の学習指導が不十分になっていると指摘しているのではなく、今の枠組みの中では解決しがたいものがあるのではないかと考えるからである。

本年度の本市『指導の重点』においては、学習指導の観点から次のように指摘している。子どもたちの自己実現に向けて「小・中学校などの校種間連携を強め」ることが必要であり、「9年間を見通した各教科・領域の自校の年間指導計画及び評価計画を作成し、週案や学習指導計画に具体化」(41)が必要であるとしている。

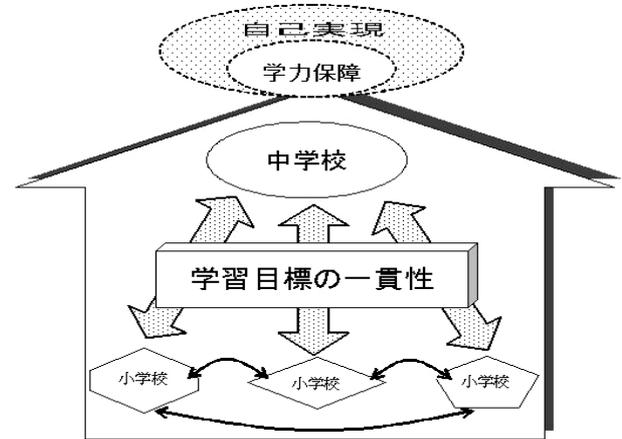
また、「平成17年度京都市教育委員会政策等推進方針」(以下推進方針)の中で小中一貫教育の推進として「子どもたちの個性と能力の伸長を図り、地域と一体となった学校づくりを進めるため、小中学校間の垣根を取り払い、義務教育9年間の連続性を重視した子どもたちの『学び』と『育ち』を保障する小中一貫教育に取り組んでいます。(中略)さらに、16年度には小中学校間での教員合同研修会や行事交流等の取組の中核を担う『小中連携主任』の全小中学校への配置や、主任を対象とした全市規模の研修会を実施し、小中一貫教育に対する認識を深める」(42)としている。この推進方針にあるように、義務教育9年間の学力保障を考えると、小中一貫教育はどうしても必要になってくると考える。

そこで、本研究では、現在のように小学校での6年間、中学校での3年間と分けて捉えるのではなく、義務教育9年間で「学習目標の一貫性」「学習内容の系統性」「学習指導の継続性」「子ども理解の一貫性」の4つの視点で捉え、研究を進めることにした。

「学習目標の一貫性」とは、現在行われているように、小・中それぞれに学習目標を設定するの

ではなく、一貫した目標と指導の重点を共通理解し、確かな進路保障を視野に入れた目標を持つことである。図1-9は「学習目標の一貫性」のモデル図である。

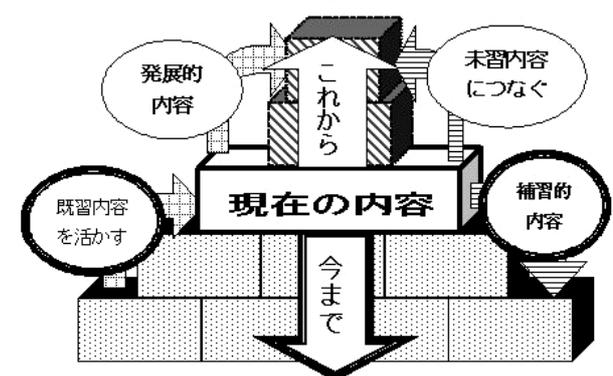
図1-9 「学習目標の一貫性」モデル図



現在は、中学校区の中にいくつかの小学校区があり、それぞれの中学校、小学校で学習目標が設定されている。この学習目標は小・中それぞれの視点から設定されているものである。この学習目標を、義務教育9年間として重要である学力保障はもとより、進路保障まで視野に入れた学習目標として中学校区ごとに設定する。この学習目標を小中一貫教育でのつなぎ手の一つとして考えることが「学習目標の一貫性」という視点である。

「学習内容の系統性」とは、学習内容の見通しを持つためのもので、算数・数学の教科の特性としての系統性を明らかにするものである。ただし、単なる単元の羅列ではなく、子どもたちが何をどのように学んできたのか、学んだことがどのように今後活かされて積み上げられていくのかを示すための視点である。図1-10は「学習内容の系統性」のモデル図である。

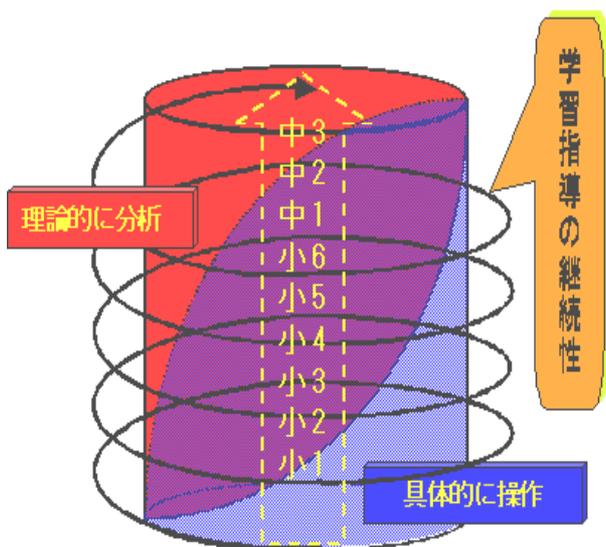
図1-10 「学習内容の系統性」モデル図



算数・数学の教科の特徴でもあるが、現在学習している内容は以前学習した内容に積み上げられるものである。よって、既習内容を活かした学習が進められることも多い。また、現在の学習でつまづきがあらわれたとき、関連する既習内容を補う必要性も出てくる。さらに、これからの学習内容についても、未習内容とのつながりを明らかにすることで現在の学習で大切にしたい内容が明確になる。また、発展的内容としての扱いでは、単に複雑な内容としての発展ではなく、系統性を知ることにつながりのある発展的内容を取り扱うことになる。このようなつながりを明確にすることが「学習内容の系統性」の視点である

「学習指導の継続性」とは、授業の展開や学び方などにおいて、共通認識を持つことである。さらに、急激な学習指導の変化が起こらないよう注意し、子どもたちの発達段階に応じた学習指導の流れをつくることである。図1-11は「学習指導の継続性」のモデル図である。

図1-11 「学習指導の継続性」モデル図

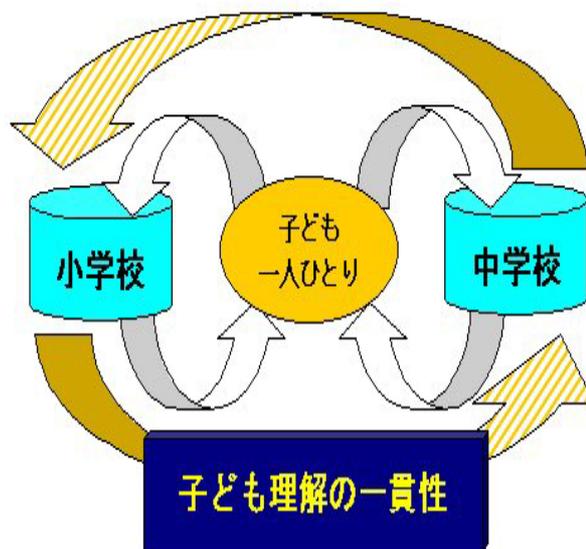


義務教育9年間において、小学1年と中学3年では、学習指導の方法や考え方に大きな開きがある。上のモデル図に示したように小学1年では、理論的な部分より、直感的にとらえて考えを進めることが多い。また、中学3年では、直感的な面より、理論的に分析して考えを深めることが多くなる。このような学習指導の開きを小・中で考えるのではなく、「理論」と「直感」のバランスをとりながら学習指導を進めることが「学習指導の継続性」の視点である。

「子ども理解の一貫性」とは、一人ひとりの子

どもを大切にするために、また、豊かな子ども理解を進めるためにも、あらゆる場面で、あらゆる姿を、多くの指導者が受け止め、子ども理解を共有していくためのものである。このような視点で小中一貫教育を進めることが必要と考える。図1-12は「子ども理解の一貫性」のモデル図である。

図1-12 「子ども理解の一貫性」モデル図



子ども自身は義務教育9年間のなかで、大きく成長していく。ある時点での子どもの様子も大切であるが、成長の過程も重要である。豊かな子ども理解のためにも、成長の過程を知ることによって子ども理解がより一層深まると考える。そのとき、小学校6年間と中学校3年間で区切るのではなく、常に小中が連携をとり子どもの成長過程を共通理解することが「子ども理解の一貫性」の視点である。

### (3) 算数的・数学的活動について

平成10年12月14日に当時の文部省は小・中学校の学習指導要領の改訂を行った。その改訂より使われたのが「算数的活動」と「数学的活動」という表現である。学習指導要領解説ではそれぞれの表現について説明を加えている。まず「算数的活動」について、「児童が目的意識をもって取り組む算数にかかわりのある様々な活動を意味しており、作業的・体験的など手や身体を使った外的な活動を主とするものがある。また、活動の意味を広くとらえれば、思考活動などの内的な活動を主とするものも含まれる」(43)としている。

さらに、以下のような例をあげている。(44)

「作業的な算数的活動」…手や身体などを使って、ものを作る活動  
「体験的な算数的活動」…教室の内外において、各自が実際に行ったり、  
確かめたりする活動  
「具体物を用いた算数的活動」…身の回りにある具体物を用いた活動  
「調査的な算数的活動」…実態や数量などを調査する活動  
「探求的な算数的活動」…概念や性質や解決方法などを見つけたり、つ  
くり出したりする活動  
「発展的な算数的活動」…学習したことを発展的に考える活動  
「応用的な算数的活動」…学習したことを様々な場面に応用する活動  
「総合的な算数的活動」…算数のいろいろな知識、あるいは算数や様々  
な学習で得た知識等を総合的に用いる活動

新しい表現である「算数的活動」であるが、小学6年の「体積」の単元で上の例を参考に、次のような活動が考えられる。

「作業的な算数的活動」…工作用紙で直方体を作る  
「体験的な算数的活動」… $1\text{cm}^3$ の積み木で体積を量る  
「具体物を用いた算数的活動」…プールや校舎の体積を量ろうとする  
「調査的な算数的活動」…プールの容積を求めるために長さを測る  
「探求的な算数的活動」…授業展開での自力解決、集団解決  
「発展的な算数的活動」…柱体の体積＝縦×横×高さ  
＝底面積×高さ  
「応用的な算数的活動」…プールの体積（容積）から、その水道料金を求める  
「総合的な算数的活動」…決められた体積（容積）でオブジェを作る

このように活動を考えていくと、小学校で算数を指導してきたものならば、特別に新しい取組ではないという認識で「算数的活動」を捉えることができるのではないかな。

次に、中学校学習指導要領解説数学編では「数学的活動」を次のように述べている。(45)

例えば、日常、不思議と思うこと疑問に思うことなどを、既に身につけた知識をもとによく観察し問題点を整理したり、見通しをもって結果を予想したり、解決するための方法を工夫したりし、たどり着いた結果やその過程についても振り返って考えたり、また、事象の中に潜む関係を探り規則性を見出したり、これを分かりやすく説明したり一般化したりするなどの活動である。

この「数学的活動」についても、先の「算数的活動」と同様に新しい視点ではないと考える。ただし、いかに日々の授業の中に取り入れるかを考える視点が必要であることはいうまでもない。

以上のことから、「算数的活動」「数学的活動」

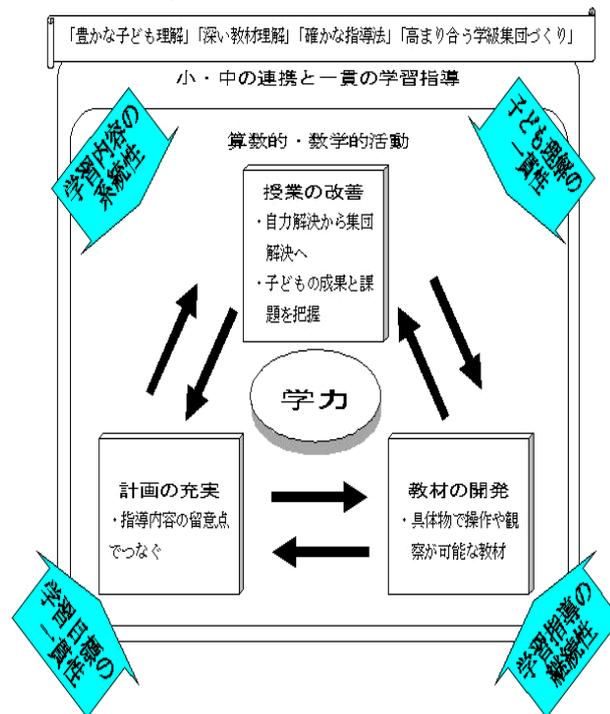
はどちらも特に目新しいものではなく、今までの取組の中でも大切に扱われてきた活動である。しかし、今、この当たり前であるはずの活動が改めて取り上げられていることに着目した。先に述べた子どもたちの「学力」には、その当たり前の活動がより多く、より多様に必要であることを意味していると認識すべきである。

## 第2節 研究の構造

### (1) 授業をより良くするために

本研究では、先に述べた「学力」についての課題を克服するため、「学習意欲の向上」につながる取組を進めた。構造としては「小中一貫教育」と「算数的・数学的活動」を基盤とし、その上に「授業の改善」、「計画の充実」そして「教材の開発」の三本の柱を立てたものとした。図1-9に研究の構造を示した。

図1-9 研究の構造図



「授業の改善」では、「算数的・数学的活動」を重視し、授業の展開について考えた。多種多様な「算数的・数学的活動」を授業の中に取り入れることは当然である。しかし、部分的な「活動」だけではなく、どのような授業展開にすることで「活動」が活かされるかについても、大切な視点とした。本研究の実践授業では、先に述べた「算数的活動」

の例として「探求的な算数的活動」が挙げられていた。これは「概念や性質や解決方法などを見つけたり、つくり出したりする活動」とされている。授業の中でこの「探求的な活動」を行える展開を設定することにした。図1-10はその流れを示したものである。

図1-10 授業の流れ



「課題把握」から始まり、まずは子ども一人ひとりが「探求的な活動」である「自力解決」に取り組む。次に「集団解決」として、「自力解決」によって得られた解決法や考え方、答えなどの成果を集団の場で発表し、その成果を集団でさらに練り上げ、新たな成果として広げ、共通理解する場面。最後に「まとめ」として、学習成果を深める場面を設定する。このような枠組を授業展開の一つとして設定した。

このように、「算数的・数学的活動」をいかに取り入れ、いかに有効に取り組めるかという視点から、「授業の改善」に取り組んだ。

## (2) 学習計画をより充実させるために

本市教育委員会では、算数・数学でそれぞれの指導計画が出されている。現場の指導者はその指導計画を参考に、学校や地域の実態、生徒の発達段階を考慮しつつ、より具体的かつ実践的な指導計画をたて、日々の授業に取り組んでいるところである。本研究は、現在の指導計画とは別の、まったく新しい指導計画を創りだすものではない。小中一貫教育に向けた新たな視点を持つことで、今ある指導計画をより充実したものにすることを目指している。

算数・数学では、その教科の特性について「系統性」や「積み上げ」などと表現されることが多い。

図1-11 「図形・量と測定」領域の単元系統図 大場作成

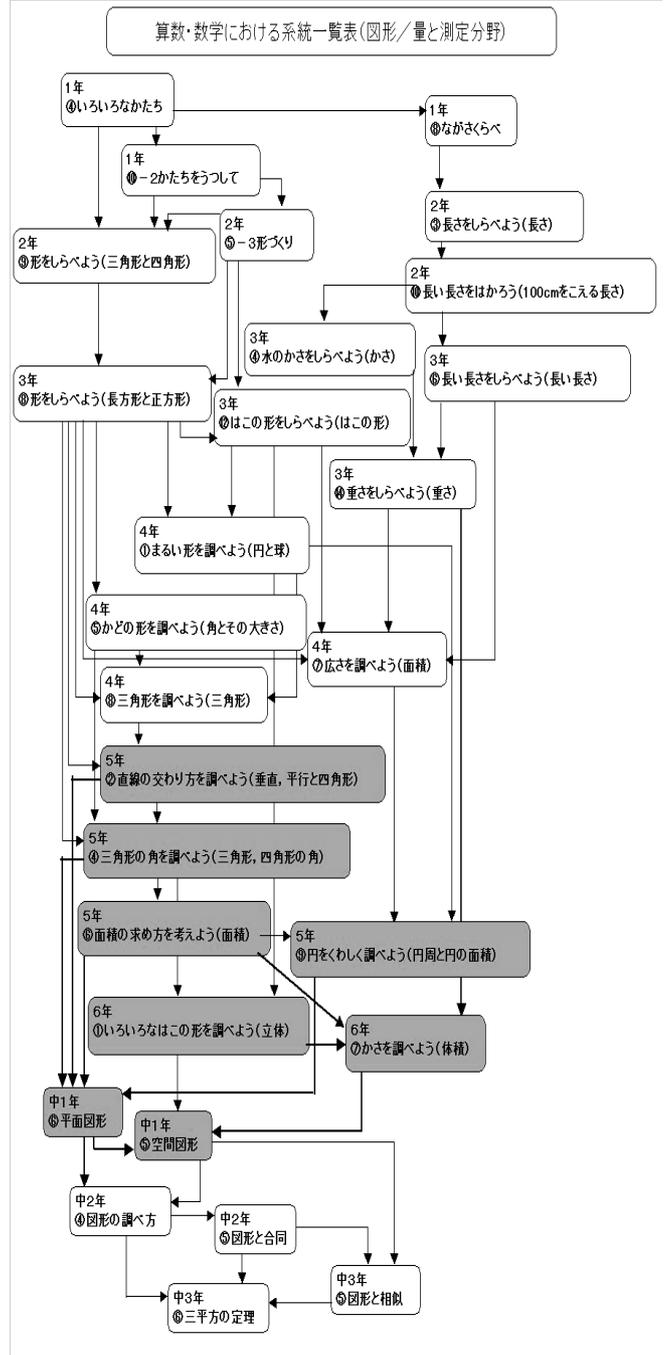


図1-11は藤野盛二が研究の中で作成したもの(46)を、指導内容を重視して改めたものである。本研究では、さらに、指導の「留意点」としての子どもの「つまずき」に着目し、新たに「留意点系統図」を作成した。つまずきの理由から原因を把握し、どの既習内容とつながるかを示したものである。つまずきの表れ方は、様々であるが、原因が把握できれば、子どもへの手立てもとり易いと考えた。図1-11, 12, 13は、今回の実践授業での系統図である。また、これからの学習内容とのつながりについても記した。



図1-12 留意点系統図（中学1年 「平面図形」）その1

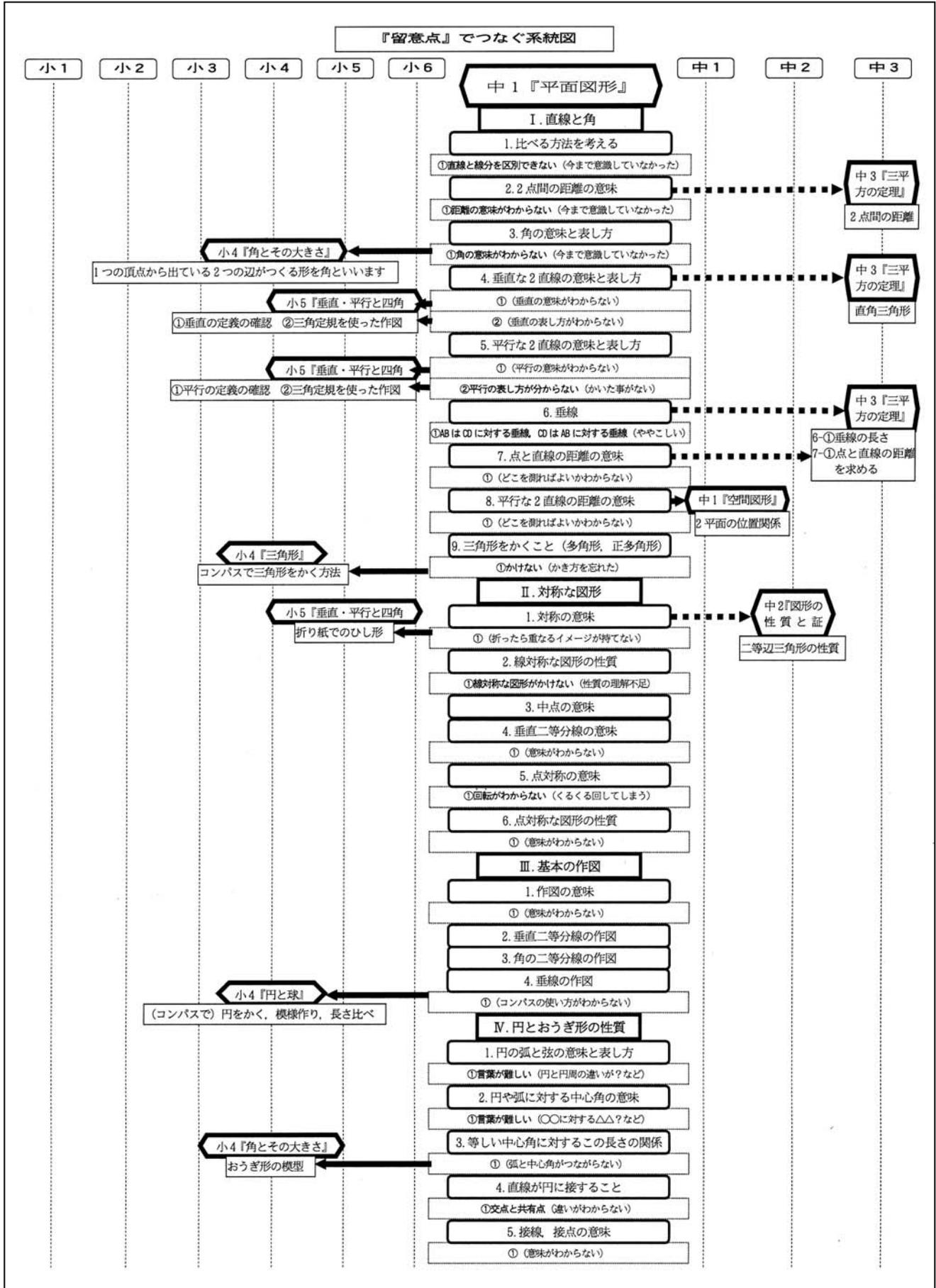


図1-13 留意点系統図（中学1年 「平面図形」）その2

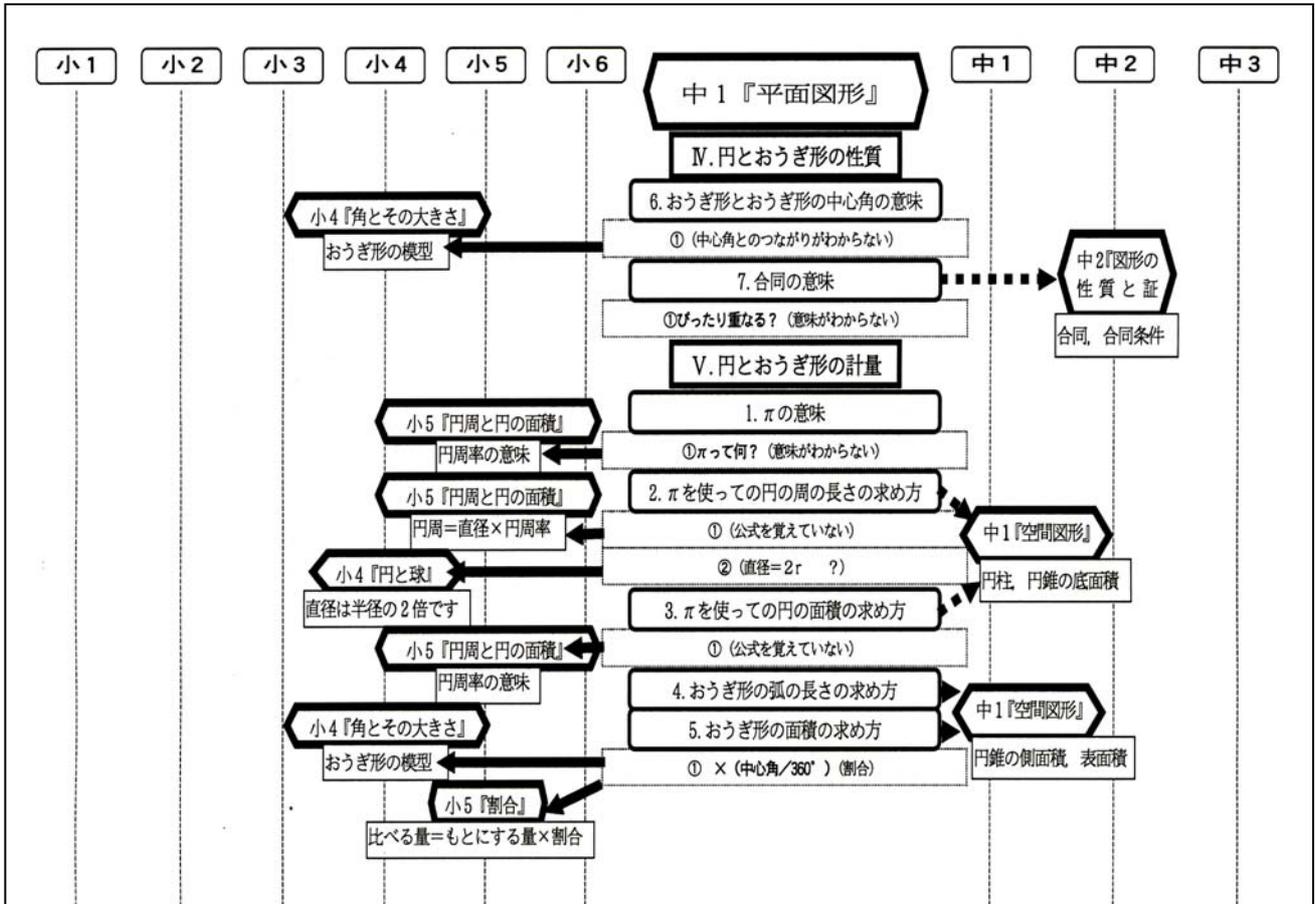


図1-14 「教材の開発」の構造



### (3) 必要な教材

教材の開発に向けて、深い教材理解という視点を大事にした。図1-14は教材開発の構造図である。

教材の内容とは、その教材の内容を把握することから始まり、教材としてのポイントやつまづきやすいと思われる箇所を把握し、指導者自身の教材に対する関心意欲の高さや深さを問いただす視点を持つことである。

教材の価値とは、教材そのものの位置付けであり、価値のことである。今までの学習内容や、今後の内容とのつながりとしての位置付けを明確にし、教材を利用して学ぶことの意義やよさなどを指導者が理解することである。さらに、豊かな子ども理解として、子どもの背景や現時点での姿を正しく受け止めることが大切になる。これら3つの取組を通して、深い教材理解ができ、教材開発につながると考えた。勿論、子どもが変われば、指導内容が変われば教材理解も変わり、教材の開発も新しいものになるのは、言うまでもないことである。

教材の定義として仲田紀夫は「一般的には教育の目標を達成させるために、教育的に編成された学習内容である」(47)とし、機能的な分類の中で以下のような分類をしている。(48)

**教授資料としての教材**  
 目標達成のため、教師と学習者の間の媒介として、記憶、理解や思考、実験、実習のために使われる

ここでは、「教材」を「教授資料としての教材」として考えていく。「良い教材」については、以下のように例示している。(49)

- 一般的には次のようなものであるが、それらのすべてをもっている必要はない。
- ①考えてみようとする興味を起こさせるもの
  - ②パズル、クイズのようなものでなく、数学的考えや数学的手法で処理できるもの
  - ③数学としての創造性、発展性のあるもの(オープンエンドアプローチ的なもの)
  - ④数学の有用性、御利益がわかるようなもの
  - ⑤数学のもっている考えが明確に示されるもの
  - ⑥そこでの学習が一般化でき、他の学習に転移できるもの
  - ⑦数学とはどんな学問なのか、がわかるようなもの

これらの指摘は、もちろん豊かな子ども理解が必要であることは言うまでもない。

本研究では、算数・数学の図形領域について、教材の開発を進めた。そこで大切にしてきたことは「具体物」である。

立方体の切断を黒板の見取図で説明したことがある。生徒の顔が止まっていたことを覚えている。次の時間、アルミフレームの立方体に輪ゴムをかけ、再び、切断の説明をした、子どもの顔がいきいきとしていた。丁寧な見取図よりも、簡単な箱を使って授業をする方が生徒の意気込みが違った。これは、筆者の経験である。

「教材は、学習者である児童生徒の発達段階に応じて、常に具体的でなければならない」(50)ことが実感できた。見取図を正しく認識できない子どもにとっては、見取図は「具体的」な教材でなかったことになる。

藤原正彦は数学的な発見をするためには、何が大事なのかという問いに対し「図形で発見したければ図形を弄ぶことです。ああでもないこうでもない、いろいろ図形を描いて考えながら遊ぶこと」(51)と具体的な操作が重要であるとしている。直方体の見取図を観察して、どの程度「図形を弄ぶ」ことができるだろうか。子どもの中には、見取図の観察により理論を理解できるものもいるであろう。しかし、すべての子どもがそうであるかは疑問である。もちろん「図形を弄ぶ」までには程遠いのではないか。

「教材の開発」を進めるためには、先に述べた「授業の改善」と「計画の充実」とのつながりを

大切にする必要がある。即ち、算数的・数学的活動が行える教材であり、今までの学習を活かし、これからの学習につながる教材である。それらの視点を大事にしながら、具体的な操作活動ができる教材を開発することにした。

- (1) 文部科学省『OECD生徒の学習到達度調査(PISA)2003年調査国際結果の要約』2005.7
- (2) 京都市教育委員会 『指導の重点』2005.4
- (3) 藤野盛二「研究報告493 子どもたちが『算数・数学のよさ』を感じ意欲的に取り組む学習の実現(2年次)」『研究紀要 VOL.1』2005.3京都市総合教育センター p.68
- (4) PISA 2003: Program for International Student Assessment 2003 今回の調査では41の国と地域が参加。我が国では平成15年7月、高校1年生約4,700人を対象に実施され、知識や技能等を実生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかについて、「読解力」「数学的リテラシー」「科学的リテラシー」「問題解決能力」の4分野にわたり主に記述式で解答を求める問題により調査が行われた。
- (5) Trends in International Mathematics and Science Study 2003: 略称TIMSS2003 小学4年と中学2年を対象にのべ71の国と地域が参加し、我が国では、平成15年2月に小学4年が約4,500人、中学2年が約4,900人を対象に実施された。学校のカリキュラムで学んだ知識や技能等がどの程度習得されているかについて、算数・数学及び理科の学習内容に関し、選択肢式で解答を求める問題で調査が行われた。
- (6) 文部科学省『小学校算数・中学校数学・高等学校数学 指導資料 —PISA2003(数学的リテラシー)及びTIMSS2003(算数・数学)結果の分析と指導改善の方向—』2005.7
- (7) 前掲注(6) 参考資料2
- (8) 前掲注(6) 参考資料3
- (9) 前掲注(6) p.55
- (10) 前掲注(6) p.115
- (11) 前掲注(6) p.124
- (12) 前掲注(6) 参考資料2
- (13) 前掲注(6) pp.108~109
- (14) 前掲注(6) pp.176~177
- (15) 国立教育研究所教育課程センター『平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査結果の概要』2005.4
- (16) 前掲注(15) p.47
- (17) 前掲注(15) p.48
- (18) 前掲注(15) p.52
- (19) 前掲注(15) p.53
- (20) 前掲注(15) p.52
- (21) 前掲注(15) p.53
- (22) 前掲注(15) p.54
- (23) 前掲注(15) p.54

- (24) 前掲注 (15) p. 54
- (25) 前掲注 (15) p. 55
- (26) 前掲注 (15) pp. 55～56
- (27) 前掲注 (15) pp. 56～57
- (28) 京都市教育委員会『学力定着調査報告（小学校 算数）』2005
- (29) 京都市教育委員会『学力定着調査報告（中学校 数学）』2005
- (30) 前掲注 (28) p. 7, p. 22, p. 37, p. 61, p. 84, p. 105
- (31) 前掲注 (28) p. 7, p. 22, p. 37, p. 61, p. 84, p. 105
- (32) 前掲注 (28) p. 7
- (33) 前掲注 (28) p. 38
- (34) 前掲注 (28) p. 61
- (35) 前掲注 (28) p. 84
- (36) 前掲注 (28) p. 105
- (37) 前掲注 (29) p. 4
- (38) 前掲注 (29) p. 20
- (39) 前掲注 (29) p. 41
- (40) 前掲注 (29) p. 2, 前掲注 (29) p. 6
- (41) 前掲注 (2) pp. 3～6
- (42) 京都市教育委員会『平成17年度京都市教育委員会政策等推進方針』 p. 11
- (43) 文部科学省 「小学校学習指導要領解説 算数編」2004.7 p. 14
- (44) 前掲注 (43) pp. 14～15
- (45) 文部科学省 「中学校 学習指導要領（平成10年12月）解説 一数学編一」2004.10 大阪書籍 pp. 5～6
- (46) 前掲注 (3) p. 76
- (47) 中田紀夫, 吉村 啓「数学教育と教材開発」『数学科での教材開発』共立出版株式会社 1990 p. 2
- (48) 前掲注 (47) p. 2
- (49) 前掲注 (47) pp. 9～10
- (50) 水越敏行・熱海則夫『新学校教育全集 16 教科書・教材』ぎょうせい
- (51) 藤原正彦・小川洋子 「世にも美しい数学入門」ちくまブリーマー新書 2005 p. 72

## 第2章 実践授業での様子

### 第1節 小学校での実践授業

#### (1) 子どもたちの実態

小学校では、学習内容の系統性の視点、即ち、今までの学習内容とこれからの学習内容を十分に踏まえ、算数的活動を多く取り入れた授業を計画した。取り扱う単元は6年の「体積」である。

算数・数学は教科の特徴でもある「積み上げ」が大変重要な教科である。単に内容の前後だけを指導者が知るのではなく、どのように子どもたちが学んできたかを知ること、既習内容をさらに活かした学習が進められると考えた。しかし、今回の実践授業では子どもたちが1年時の学習からどのように学んできたかを知ることよりも、学習を始める段階において、どのようなつまづきがあり、既習内容をどの程度理解しているかを知ることから始めた。そこで、系統性をもとに単元に入る前の時間に前提テストと学習意識アンケートをすることにした。前提テストの内容は小学4年の「面積」、小学5年の「小数のかけ算」、小学6年の「立体」から出題した。

小学4年の「面積」からは正方形と長方形の求積公式を問うものと実際に面積を求めるものを出題した。(図2-2)

図2-2 小学6年「体積」前提テスト(小学4年「面積」)

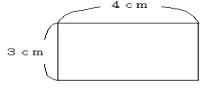
☆小学4年「広さを調べよう」(面積)の問題

1. 次の(ア)～(イ)はそれぞれ長方形と正方形の面積を求める公式です。それぞれの□に正しい語句を入れて、公式を完成させてください。

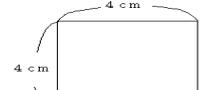
(ア) 長方形の面積 = 縦 × □ , (イ) 正方形の面積 = □ × 1辺

2. 次の(ア)～(エ)の図形の面積を求めましょう。(単位を忘れないように)

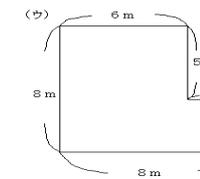
(ア) 縦3cm, 横4cmの長方形



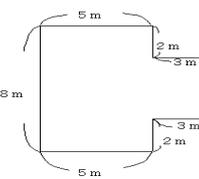
(イ) 1辺が4cmの正方形



(ウ) 図形



(エ) 図形



求積公式についてはほとんどの子どもが答えた。面積を求める設問では、長方形、正方形などの基本的な図形は問題ないが、L字型や凸型の面積になると正答率が下がっていた。単位については、ほとんど子どもが間違わずに解答した。

小学5年の「小数のかけ算」では、(小数) × (小数) の計算を筆算の形で出題した。(図2-3)

図2-3 小学6年「体積」前提テスト(小学5年「小数のかけ算」)

☆小学5年「小数の計算のしかたを考えよう」(小数のかけ算)の問題

次の(ア)～(エ)の計算をしましょう。

(ア) 
$$\begin{array}{r} 10.5 \\ \times 1.2 \\ \hline \end{array}$$

(イ) 
$$\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 2.5 \\ \hline \end{array}$$

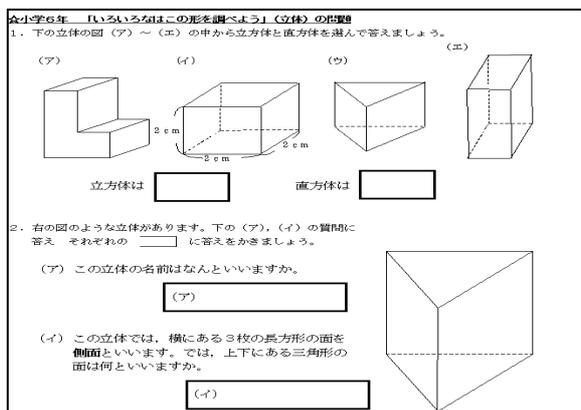
(ウ) 
$$\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 1.6 \\ \hline \end{array}$$

(エ) 
$$\begin{array}{r} 4.5 \\ \times 2.2 \\ \hline \end{array}$$

多くの子どもが正確に計算をしていたが、やはり小数点の付け間違いなどのミスをしてしまう子どももいた。かけ算の九九についての間違いはほとんどみられなかった。

小学6年「立体」では、立体や立体の部分の名称を問うものを出題した。(図2-4)

図2-4 小学6年「体積」前提テスト(小学6年「立体」)



この問題では、名称を正しく答えられない子どももいたが、多くの子どもが三角柱や底面についても正しく答えていた。

図2-5 前提テストの結果

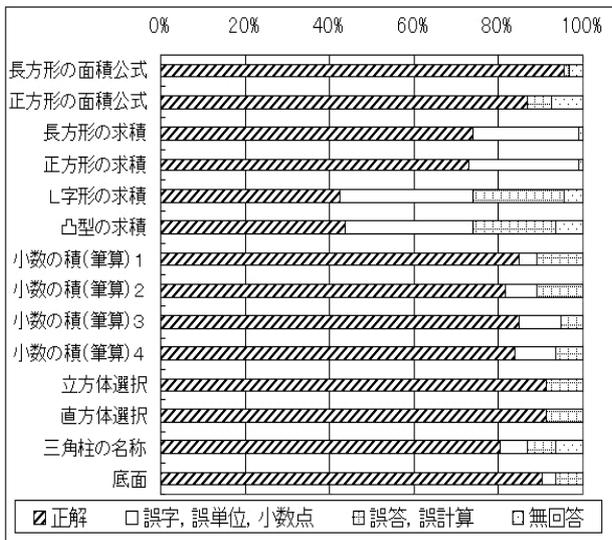


図2-5はテスト結果をまとめたものである。求積問題については課題が残る。特に正方形、長方形などの基本的な図形について計算ミスや単位の誤答などの間違いが見られた。また、少数ではあるが、小数のかけ算についても課題を抱えている子どもがいることが明らかになっている。さらに、少数であるが「無回答」とした子どもについても注意を払う必要がある。「無回答」は「算数・数学嫌い」の一面であったり、「答えたいけどわからない」などの、子どものつまずきと認識し、あらゆ

る場面で何らかの手助けや指導が必要となってくる。このように、子どものつまずきを指導者が知り、予想することは、本単元に限らず、学習指導に活かすためにも大切なことであると考えた。

## (2) 実践授業に向けて

さて、今回の実践授業の中で次に大切にしていたことは、「算数的・数学的活動」である。特に具体物の操作や観察を重視した。立体に関わる学習では、見取図をよく見るが、その見取図だけでは考えを深めることに限界があると考えた。即ち、「立体」の体積を学ぶのであれば、実物の「立体」を目の前にして考えることで、子どもたちの感覚を豊かにするだけではなく、より深い思考が行えると考えた。できる限り実物を、または実物に近いものを子どもたちの目の前に置くことを心掛け、そのための教材開発を進めた。

今回の学習内容は、ほとんどが中学1年の「空間図形」へとつながる。詳しくは、後に述べるが、直方体の求積公式を今回の学習では、

$$\text{直方体の体積} = \text{縦} \times \text{横} \times \text{高さ}$$

と学習する。この学習において、縦、横、高さ、の認識の違いで、子どもたちの理解が進まないことがある。「なぜそこが縦なのか」という疑問である。確かに、必ずそこを縦と認識しなければならない理由は乏しい。しかし、中学1年では、柱体の体積について

$$\text{柱体の体積} = \text{底面積} \times \text{高さ}$$

と学習する。「縦×横」ではなく「底面積」になっている。小・中の指導者がこのような系統を知ることによって、学習に幅が生まれ、子どもたちの考えも深まると考えた。

以上のような留意点は、先に述べた、本研究の構造の柱である「授業の改善」「計画の充実」「教材の開発」から生まれたものであるが、それぞれの柱は「学習目標の一貫性」「学習内容の系統性」「学習指導の継続性」「子ども理解の一貫性」の4視点を基盤としたものである。これらのことを踏まえ、学習計画を作成し、実践授業に取り組んだ。

学習計画は、京都市教育委員会が配布している、指導計画を基準に作成した。表2-1は、今回作成した指導計画である。以前の計画表右端には、評価の視点が記されていた。今回はその欄に、「学習内容の系統性」の要素である、「留意点」を記した。

授業を行う内容の以前との関わりと、今後のかかわりを示すものである。項目としては、多い少ないがあるが、日頃の子ども理解から予想されるつまずきや、指導者の経験則などからの「留意点」が記されれば、内容の深いものになると考えた。今回は前提テスト、指導者からの聞き取り、予想されるつまずきを「留意点」に挙げている。

上向きの矢印の中は以前の学習内容、下向きの矢印はこれからの学習内容についての留意点である。この留意点は、一概に決定付けられるものではない。先に述べたように、子どもが違えば教え方も違い、つまずくであろう箇所や、つまずき方も違ってくる。よって、子どもに合わせて、指導者が変えていかねばならない箇所になる。

表2-1 6年算数 「体積」学習計画（第1時～第3時）

小中一貫指導計画 小学校第6学年 ⑦体積（11時間）第1時～第3時  
※ 関心・意欲・態度の観点（○）は、1つの単元の学習を通して評価する。

時	子どもの学習活動 (算数的活動)	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
0	□既習理解度の確認 ・前提テストを受ける。	・前提となる既習の理解度を把握して指導に生かす					以前の学習 ← 学習系統 → 今後の学習
1	<b>課題把握</b> 直方体と立方体のかさをくらべる ・直方体と立方体のかさを比べるという課題を把握する。	立方体と直方体のモデル提示（目盛りなし）					直方体と立方体の大きさに関心をもち直方体と立方体のかさをくらべる方法を考える。
	<b>自力解決</b> 直方体と立方体のかさを比べる方法を考える。	立方体（ $4 \times 4 \times 4$ ）と直方体（ $3 \times 4 \times 5$ ）を使う（目盛りなし） ・面積の学習と同じように普遍単位による比較の想起	○				・大きさを比べる方法を想起し、面積の場合と同じように比べようとする。【個人活動の様子】
	<b>集団解決</b> くらべ方を発表する			○			・面積での学習と同じように普遍単位による比較をしようとする。【発表の様子】
	<b>単元の課題把握</b> 直方体や立方体のかさのあらわし方や求め方について調べる単元の課題を把握する。						6年 「いろいろはこの形を調べよう」（体積） 直方体と立方体（辺の長さによる違い）
2	<b>課題把握</b> 直方体と立方体の体積 ・直方体と立方体のかさはどちらがどれだけ大きいかを調べていくということを把握する。	・前時の学習を想起し、課題をつかむようにする。 立方体（ $4 \times 4 \times 4$ ）と直方体（ $3 \times 4 \times 5$ ）の提示（目盛りあり）					直方体や立方体のかさを体積といい、 $\text{cm}^3$ という単位で表される体積の意味について理解する。
	<b>自力解決</b> 単位となるかさはないかを考える ・積み木の個数で大きさを表せないかを考える。	立方体積み木（ $1\text{cm}^3$ ）の利用 ・実際に積み木ではこの形を作らせることで普遍単位を考えさせる。					4年 「広さを調べよう」（面積） 広さの単位（単位面積を数える）
	<b>集団解決</b> 立方体積み木（ $1\text{cm}^3$ ）を並べて箱の形をつくり、そのいくつかで大きさを表せることを知る	立方体積み木（ $1\text{cm}^3$ ）そのものが普遍単位であることに気づかせる。				○	・1立方センチメートルという単位を用いて、体積を表すことを理解している。【発表の様子】
	<b>適応題</b> ・p5②の体積を求める ・p5③で直方体をつくる					○	・1立方センチメートルという単位を用いて、体積を表すことを理解している。【発表の様子】
3	<b>課題把握</b> 1立方センチメートルの積み木 ・p6①②③の体積の求め方について考える。	立方体（ $4 \times 4 \times 4$ ）と直方体（ $3 \times 4 \times 5$ ）（目盛りあり）と立方体積み木を利用					⑤が何個？ 
	<b>自力解決</b> 問題と同じ形に積み木を積んで考える ・各段の積み木の個数を数える	・各段の個数が変わらないことに気づかせる。				○	直方体や立方体の体積の求め方を考え、体積を求めることができる
	<b>集団解決</b> 計算で求めること方法を考える ・体積の公式をまとめる	・（1段目の個数）×（段数）で個数がわかる。 ・公式を導く（辺の長さ）					
	<b>適応題</b> ・p.7②③の問題に取り組む					○	体積＝（縦）×（横）×（高さ）を使う

### (3) 実践授業を通して

第1時は「直方体と立方体のかさを比べる」学習をした。ここでは、3 cm、4 cm、5 cmの直方体と1辺が4 cmの立方体のかさを比べた。まず、黒板に見取図で長さを記入せず、直方体と立方体をかき、以前学習した「立体」の名称の復習をした。次にこの二つの立体はどちらのかさが大きいかを考えさせた。すると、ほとんどの子どもが「立方体」が大きいと答えた。しかし、その理由は答えられなかった。そこで、立体を各自で製作するための作業用プリントを用意し、工作用紙を使って直方体と立方体を作った。この自作した立体は本時だけではなく、体積の公式の学習など、必要に応じて活用するものである。

これらの立体を操作し、子どもたちは立体のかさを比べ始めた。立方体の面と直方体の面を合わせ、はみ出した部分のマスを数える子どももいた。しかし、こちらが予想しなかった方法でかさを比べている子どもが多かった。立体を完全につくってしまわず、一面だけをふたのように開け、その中にもう一つの立体を入れていたのである。この状態で、はみ出した部分のマスを数え、どちらが大きいかを判断していた。このように、実物を操作することで一つの方法だけでなく、子ども自身が考え出す解決方法が得られた。

それぞれが自分の比べ方を発表し、「立方体のほうが大きい」との結論が出た。本時はここで終わるのだが、次の時間に「では、どれだけ大きいのか」について考えることになった。

第2時では、前回からの続きとして、「立方体のほうがどれだけ大きいか」を調べる学習となった。

そこで、1辺が1 cmである立方体の積み木を用意した。実際に積み木を操作する前に、結果を予想させることにした。ここで前回、箱の中に箱を入れ、大きさを

写真2-1 積み木を数える



比べていた子どもから具体的に「一列分あまる」や「一列分足りない」との意見が出た。次に、積み木をどのように使って調べかについては、「箱の中に、積み木を詰め込んで

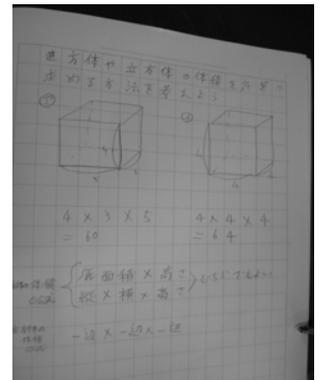
いく」や「積み木で箱と同じ形をつくる」などの意見が出た。そこで、それぞれの方法を自分たちで選び、試してみることにした。箱の中に積み木を詰め込む方法は、同じ形を作る方法より手間はかかったが、全員が個数を数えた。結果、直方体が60個、立方体が64個の積み木が必要であった。

ここで、面積の学習で1辺が1 cmの正方形を普遍単位とし、 $1\text{ cm}^2$ としたのと同様に、体積についても普遍単位となる形があり、それが1辺を1 cmとする立方体であること、 $1\text{ cm}^3$ となることを伝えた。これを受け、子どもたちはどれだけ大きいのかとの問いに対して、「立方体のほうが $4\text{ cm}^3$ 大きい」との結論に至った。

第3時では、前回の学習で、普遍単位である $1\text{ cm}^3$ の個数を数え、その立体の体積を知ることができた。そこで、計算で体積を求めることに取り組んだ。2 cm、4 cm、5 cmの直方体と1辺が3 cmである立方体について、まず、自力解決として、計算で $1\text{ cm}^3$ の個数を知る

ためにはどうすればよいかを各自で考え、ノートに記述させた。計算式だけではなく、図などを付け加えることも指示した。それらの意見を持ち、集団解決の場で意見を出し合った。その中では、いろいろな意見が出たが、代表的なものは次のような意見であった。

写真2-2 ノートで自力解決



(立方体)

1段目が何個あるか考え、 $3 \times 3$ になり、その段が3段あるので、 $3 \times 3 \times 3$ になり体積は $27\text{ cm}^3$ になった。

(直方体)

$5 \times 4$ の段が2段あるので、 $5 \times 4 \times 2$ になり、体積は $40\text{ cm}^3$ になった。

このように、単に3辺のかけ算と理解するのではなく、1段目の個数に段数の分だけ積み重ねる作業をしていることがわかった。この発想を活かせれば、「底面積 $\times$ 高さ」も理解しやすいと考えた。

ここまでの考え方を全員で確認し、次に直方体と立方体の体積を公式として表す課題に取り組ん

だ。前段階で「 $3 \times 3 \times 3$ 」や「 $5 \times 4 \times 2$ 」などの計算式が出ていることもあって、

直方体の体積＝縦×横×高さ  
立方体の体積＝1辺×1辺×1辺

という公式はすぐに理解できたようであった。

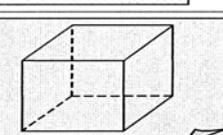
第4時は、前回の授業で、直方体と立方体の体積を計算で求めることを学習したので、さらに深めるために、「 $1000 \text{ cm}^3$ の体積をつくる」課題に取り組んだ。まず前時の復習として、公式を思い出

させ、計算で体積を求めることの学習の続きであることを伝えた。次に、体積が  $1000 \text{ cm}^3$  になるためには、縦・横・高さをどんな数字にしたらよいかを各自で考えさせ、発表させると、

- ・  $10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $4 \times 25 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $25 \times 2 \times 20 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $5 \times 20 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $100 \times 1 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $50 \times 2 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3)$
  - ・  $1 \times 1 \times 1000 = 1000 \text{ (cm}^3)$

表2-2 6年算数 「体積」学習計画（第4時～第6時）

小中一貫指導計画 小学校第6学年 ⑦体積（11時間）第4時～第6時

時	子どもの学習活動 (算数的活動)	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
4	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1000 cm<sup>3</sup>の立方体</div> やってみよう ・体積が1000 cm <sup>3</sup> になる直方体をつくる ・3辺の長さを決める ・工作用紙を使って立体を作る ・立方体にも挑戦する	・縦×横×高さが1000になることを確認する。 ・見取り図 (参考) p8①の⑥～②			○		・与えられた体積の直方体や立方体を、工作用紙を使って作ることができる【作業の様子】 6年 「いろいろはこの形を調べよう」(体積) 展開図を考えるよりも実際に形を作る(見取り図)
5	②大きな体積 課題把握 ・p9の縦4m、横3m、高さ2mの立体の体積の表し方を考えようという課題を把握する。 自力解決 ・mをcmに換算してみる ・1 cm <sup>3</sup> の立体を基準にしたことから1 m <sup>3</sup> の立体を基準にすればよいことに気付く、その幾つ分かを調べる。 集団解決 ・1 m <sup>3</sup> の立方体を基準にすれば表しやすいことを理解。 ・単位「m <sup>3</sup> 」を知り、これを用いて体積を表す。 適応題 ・p9②の問題に取り組む	・どのくらいの大きさになるのか表現するようにする。 ・1 m = 100 cm ・数値が大きくなることから不便さに気付かせる ・1メートルという単位で表される体積の意味について確認する。 ・基準になる1 m <sup>3</sup> の立方体がいくつ並ぶかを考えさせる					<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">             1 cm<sup>3</sup> と 1 m<sup>3</sup> </div>  4年 「広さを調べよう」(面積) 大きな面積 $1\text{m}^2 = 1\text{m} \times 1\text{m} = 100\text{cm} \times 100\text{cm} = 10000\text{cm}^2$ ・立方メートルという単位の意味を理解する【発表の様子】 ・立方メートルという単位の意味を理解している【ノート】
6	課題把握 ・p10③ 1 m <sup>3</sup> は何cm <sup>3</sup> かを調べようという課題を把握する。 自力解決 ・1 m = 100 cmから考える 集団解決 ・1立方センチメートルと1立方メートルの関係について話し合う。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 10px;"> <math>1\text{m}^3 = 1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}</math>  <math>= 100\text{cm} \times 100\text{cm} \times 100\text{cm} = 1000000 \text{ cm}^3</math> </div> つくってみよう ・p10④ 1 m <sup>3</sup> の立方体をつくってみよう 発展 <容積> ・水などの体積を「容積」と呼ぶことを知る	・実物(1 m <sup>3</sup> )の提示で大きさの実感をもたせる ・mのcm換算 ・何倍になるのかを考えさせる ・1辺の長さは100倍					4年 「広さを調べよう」(面積) 大きな面積 $1\text{m}^2 = 1\text{m} \times 1\text{m} = 100\text{cm} \times 100\text{cm} = 10000\text{cm}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 10px;"> <b>「容積」</b>              容器について、それに入れる物の体積の最大値を、その容器の容積という。           </div>

以上のような意見が出された。そこで体積は同じであるが、形はどうなるかとの問いに対しては、全員が「違う」と答えた。そこでどんな形になるのかを自分たちの手で表現させることにした。その活動の中で、子どもたちの反応が大きかったのが「 $1 \times 1 \times 1000 = 1000 \text{ (cm}^3\text{)}$ 」であった。中には、 $1 \text{ cm}^3$ の積み木で並べようとする子どももいたが、「 $1000 \text{ cm}$ はどれぐらいの長さ？」との問いに対して「 $1000 \text{ cm} = 10\text{m}$ 」だとわかるとあきらめてしまった。次に、いくつかの「 $1000 \text{ cm}^3$ 」の立体を、小学6年の始めの「立体」での学習を活かして、「直方体」と「立方体」に分けてみた。ほとんどの子どもが正確にその違いを理解していた。最後に工作用紙で、 $1000 \text{ cm}^3$ の立方体を作ることにした。第1時の授業で、展開図からの立体作りには慣れていたので、短時間で作ることができていた。

第5時は、「立方メートル」についての学習を行った。子どもたちは4年の「面積」の単元で、「大きな面積」として、平方メートルの学習をしている。ここではその学習との関連づけが大切になってくる。そこで以下のような課題を出した。

縦4m、横3m、高さ2mの直方体があります。  
この直方体の体積を求めましょう。

子どもたちには、自力解決の時間をとり集団解決の場としてそれぞれの意見を発表させた。その発表で出された意見をまとめると以下のようなようであった。

- ①  $1\text{m} = 100\text{cm}$ なので、  
 $400 \times 300 \times 200 = 24000000$   
答え  $24000000 \text{ cm}^3$
- ②  $4 \times 3 \times 2 = 24$   
答え  $24$  (単位なし)
- ③  $4 \times 3 \times 2 = 24$   
答え  $24\text{m}^3$

①のように単位に着目して、計算をしていた子どもが約半数いた。ただし、ゼロの数をつけ間違える子どももいた。②では、単位を気にせずに計算だけをした子どもである。③は既に「 $\text{m}^3$ 」の単位を知っていた子どもや、「きっとこんな単位もあるはずだ」と考えた子どもたちであった。そこで②と答えた子どもに、「 $\text{m}^3$ 」はどんなものであるかをたずねると、「1辺が1mの立方体」と答えた。この答えから「 $1 \text{ m}^2$ 」を思い出したのか、「 $\text{m}^3$ 」を後押しする子どもが増えた。さらに、「 $24000000$ 」

より「24」の方が間違えにくく、かきやすくして便利だとする意見も出た。そこでまとめとして、「 $\text{m}^3$ 」の存在を明らかにした上で、 $1 \text{ cm}^3$ の立方体を基準として計算したときの単位が「 $\text{cm}^3$ 」であり、 $1\text{m}^3$ の立方体を基準として計算したときの単位が「 $\text{m}^3$ 」であることを伝えた。

第6時は、「 $1\text{m}^3$ 」の大きさを実感する活動を行った。小学4年の「広さを調べよう」では、大きな面積を実感している。まずは、数値でその大きさを知ることにした。子どもたちは本単元の最初から、 $1 \text{ cm}^3$ の立方体の積み木を操作しており、 $1\text{m}^3$ ではその積み木が何個分になるかを考えさせた。図1-11に示したように、単位の変換に戸惑う姿も見られたが、「 $1\text{m} = 100\text{cm}$ 」より、「 $1\text{m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$ 」であることがわかった。しかし、「 $1 \text{ cm}^3$ 」が1000000個とは、数が大きすぎて、どれほどのものになるかは想像しにくいようであった。そこで $1\text{m}^3$ の立方体の模型を作ることにした。写真2-3は、その時の様子である。材料は、立体の辺として、園芸用などで使われる1mのガラス素材の棒を使い、頂点として、直径5cmの発泡スチロール製の球を利用した。子どもたちが協力し、5分ほど作り上げた。すると、その完成した立体に子どもたちが入ってみたのである。1人2人と入り始め最終的には16人の子どもたちが入ることができた。また、 $1 \text{ cm}^3$ の立方体の積み木を作った立方体の底の部分に置き、辺に沿わせて100個きれいに並べたり、以前に工作用紙で作った $1000 \text{ cm}^3$ の立方体を

写真2-3  $1\text{m}^3$ の大きさを体感



第7時は、「単位に気をつけて立体の体積を求める」課題に取り組んだ。小数を利用して体積を求めることが中心である。以下のような課題を提示した。

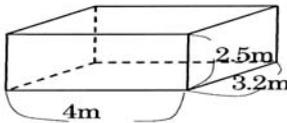
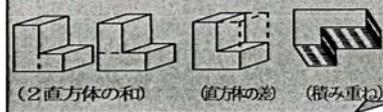
縦 3.2m, 横 4m, 高さ 2.5m の直方体  
があります。  
この直方体の体積を求めましょう。

この課題をどのようにして解くかを全体に聞くと、「m」の単位で計算する方法と、図 1-11 にも示したが、「cm」の単位に変換して計算する方法が提案された。

そこで、この 2 つの方法でどんな違いがあるのかを知るために、それぞれの方法で各自が取り組んだ。その結果以下のようになった。

- ①  $3.2 \times 4 \times 2.5 = 32$   
答え  $32\text{m}^3$
- ②  $320 \times 400 \times 250 = 32000000$   
答え  $32000000\text{cm}^3$

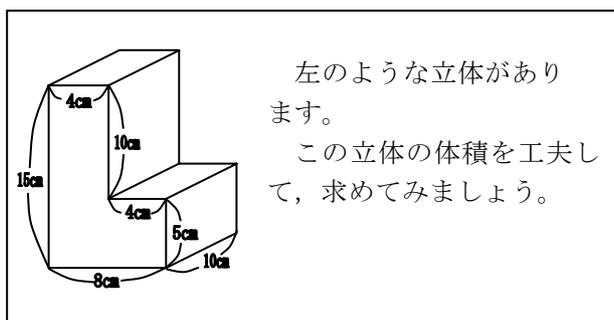
表2-3 6年算数 「体積」学習計画 (第7時~第9時)  
 小中一貫指導計画 小学校第6学年 ⑦体積 (11時間) 第7時~第9時

時	子どもの学習活動 (算数的活動)	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
7	<p><b>単位をそろえて体積を求める</b></p> <p><b>課題把握</b> ・ p.11⑤の直方体の求積を考えるという課題を把握する。</p> <p><b>自力解決</b> ・ 各辺を cm の単位に換算してから体積を求める。(数をなくす) ・ 単位がすべて m なので、<u>小数のまま体積を求める。</u> ・ <math>32\text{m}^3 = 32000000\text{cm}^3</math> となることを知る。</p> <p><b>適応題</b> ・ p.11⑥ 小数を用いた求積問題に取り組む ・ 同⑦ やってみよう</p>					 <p>5年 「小数の計算のしかたを考えよう」          小数のかけ算 (筆算)</p>	
8	<p><b>繰り返し学習</b> ・ p.12「練習」に取り組む、既習の問題を自力解決する。</p> <p><b>実物を動かすことで底面積の概念に気が付く</b></p>	<p><b>問題練習</b> (・小単元テストとして取組む)</p> <p><b>体積 = (たて) × (よこ) × (高さ)          = (底面積) × (高さ)</b></p>				<p>・ 立体の体積に関する問題を解くことができ、公式を理解している。【ノート・小テスト】</p>	
9	<p><b>体積の求め方のくふう</b></p> <p>○ 求めやすい形になおしてから、体積を求める。</p> <p><b>課題把握</b> ・ p.13①の立体の体積を工夫して求めるということを把握する。</p> <p><b>自力解決</b> ・ <u>公式を利用して体積を求める。</u></p> <p><b>集団解決</b> ・ 自分の解き方を発表する。</p> <p><b>適応題</b> ・ p.13②の問題に取り組む。</p>	<p>・ 課題となった立体がどのような直方体の組合せでつくられた立体かを考えさせる。</p> <p>・ 「2直方体の和」…立体の分割 (2通り)          ・ 「直方体の差」…立体の切取          ・ 平面の積み重ね</p> <p>・ 方法を明確にさせる。</p> <p>・ 建物の体積を工夫して求める。</p>				 <p>(2直方体の和) (直方体の差) (積み重ね)</p> <p>中学1年「空間図形」  <b>面や線を動かしてできる立体</b>          平面図形の運動による柱体の構成  <b>立体の体積</b>          体積 = 底面積 × 高さ</p> <p>・ 立体の体積の求め方を工夫して考える【ノート】</p> <p>・ 立体の体積の求め方を工夫して考える【発表の様子】</p> <p>・ 立体の体積の求め方を工夫して問題をとくことができる【ノート】</p>	

この結果から子どもたちは、どちらの方法がいいかとの質問に対し、①は小数の計算が少しややこしいが、答えが簡単にかける、との意見が出た。②については、ゼロの数を書き間違えそうなのと、ややこしくて見にくいとの意見が出た。また、①の小数の計算について、 $4 \times 25 = 100$ となることを知っていた子どもから、左から順に計算せずに、先に $4 \times 2.5 = 10$ を計算してから3.2をかけると暗算でもできるとの意見も出た。このようなことから、小数においても体積の計算は可能で、単位しただいでは便利であることを理解していた。最後に、類題に取り組んだ。

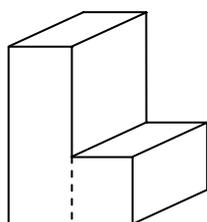
第8時は、繰り返し学習として教科書の練習問題に取り組んだ。

第9時は、L字型の立体の体積を求めるために、どのような工夫が必要かを考えた。課題は以下のようなものである。



子どもたちにどのように工夫するかを各自で考えさせ、集団解決の場で発表させた。そこでは、以下のような求め方が発表された。

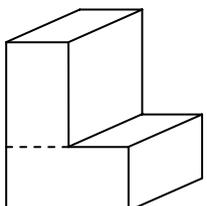
① 2直方体の和 (その1)



$$\begin{aligned} 4 \times 10 \times 15 &= 600 \\ 4 \times 10 \times 5 &= 200 \\ 600 + 200 &= 800 \end{aligned}$$

答え  $800 \text{ cm}^3$

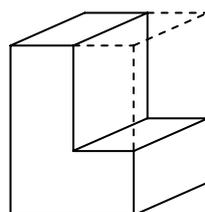
② 2直方体の和 (その2)



$$\begin{aligned} 4 \times 10 \times 10 &= 400 \\ 8 \times 10 \times 5 &= 400 \\ 400 + 400 &= 800 \end{aligned}$$

答え  $800 \text{ cm}^3$

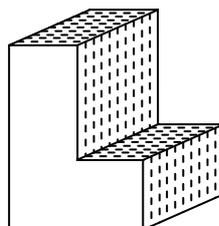
③ 直方体の差



$$\begin{aligned} 8 \times 10 \times 15 &= 1200 \\ 4 \times 10 \times 10 &= 400 \\ 1200 - 400 &= 800 \end{aligned}$$

答え  $800 \text{ cm}^3$

④ 積み重ね



$$\begin{aligned} 4 \times 15 + 4 \times 5 &= 60 + 20 \\ &= 80 \\ 80 \times 10 &= 800 \end{aligned}$$

答え  $800 \text{ cm}^3$

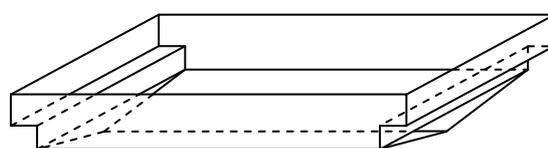
これらの考え方を子どもたちが発表した後、発泡スチロールでそれぞれの考え方を実際に見せてみた。これは、観察を通して、理解を全体に広げることを目的としたものである。この観察の中から、2つのL字立体を組合せ、 $8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ の直方体の体積を求め半分にする、という新たな方法を発見することにもつながった。また、④の考え方は、図1-11に示したように、算数の領域では必要とされないものであるが、数学では柱体の体積を底面積×高さとして求める。これは、(1段目の個数)×(段数)の発想ではある。これは、中学数学の学習内容につながるものである。

第10時では、単元のまとめとして、教科書の章末問題に取り組んだ。

第11時は、応用学習としてプールの容積を量ることにした。この学習は第9時の応用として、プールの模型を用意し、どの長さを知れば容積を知ることができるかを小グループで考えた。ここではプールの底の形状を、子どもの実態に合わせ多少変化させた。

図2-6 プール模型の見取図

① 底の一部が最深部になるもの (ほぼ原型)



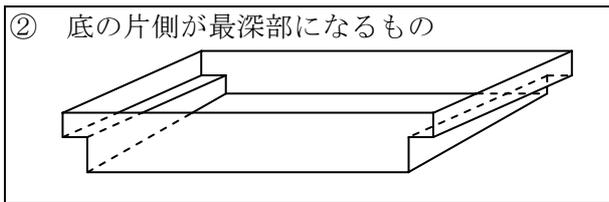


図2-6はプールの模型の見取図であるが、①の模型は、ほぼ原型を模型にしたものである。しかし、求積のためには「積み重ね」の考えが必要になる。②は指導者の要望により製作した模型であるが、これは、プールの底の部分の片側が最深部となるため、「積み重ね」の考えだけではなく、底どうしを重ね合わせる方法で、容積を考えること

ができる。ここでは、模型をもとに記録用紙を用意し、班ごとに実際の値をプールで測った。教室に戻り、測定値を使って計算を進めたが、どの班もほぼ同じ値になっていた。さらに発展的な学習として、 $1\text{m}^3$ あたりの水道料金から、プール1杯分の水道料金を知ることができた。

写真2-5 巻尺で幅を測る



表2-4 6年算数 「体積」学習計画（第10時、第11時）

小中一貫指導計画 小学校第6学年 ⑦体積（11時間）第10時～第11時

時	子どもの学習活動 (算数的活動)	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
10	<p>たしかめ道場 (p14の問題)</p> <p>単元のまとめ (単元テスト) 問題に取り組み、各自でまとめをする</p>			○	○	○	<ul style="list-style-type: none"> <li>立体の体積に関する問題を解くことができ、公式を理解している。</li> </ul> <p>【ノート、テスト】</p>
11	<p>応用学習 (プールの容積)</p> <p>課題把握 ・プールの容積を求めるとい うことを把握する。</p> <p>・長さの測定 (実測) ・見取り図に長さを記入</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>容積の意味を確認させる。 (準備物) 巻尺、記録用紙など (電卓)</li> <li>大まかな形のモデルを用意する (工作用紙と見取り図)</li> </ul>					
	<p>自力解決 ・形が複雑なので工夫して容積を求める</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「積み重ね」の考えを用いる (三角柱)</li> </ul>		○			<ul style="list-style-type: none"> <li>工夫して容積を求める【ノート】</li> </ul>
	<p>集団解決 ・求め方を発表する</p>			○			<ul style="list-style-type: none"> <li>工夫して容積を求める【発表の様子】</li> </ul>
	<p>まとめ ・容積を求める</p>					○	<ul style="list-style-type: none"> <li>容積を求める【ノート】</li> </ul>

## 第2節 中学校での実践授業

### (1) 子どもたちの実態

まず、子どもたちの学力の実態を知るために前提テストと学習意識アンケートを行った。テストの内容は、小学4年の「角の大きさ」、小学5年の「垂直, 平行と四角形」「三角形, 四角形の角」「面積」「円周と円の面積」から出題した。

図2-7 中学1年「平面図形」前提テスト結果

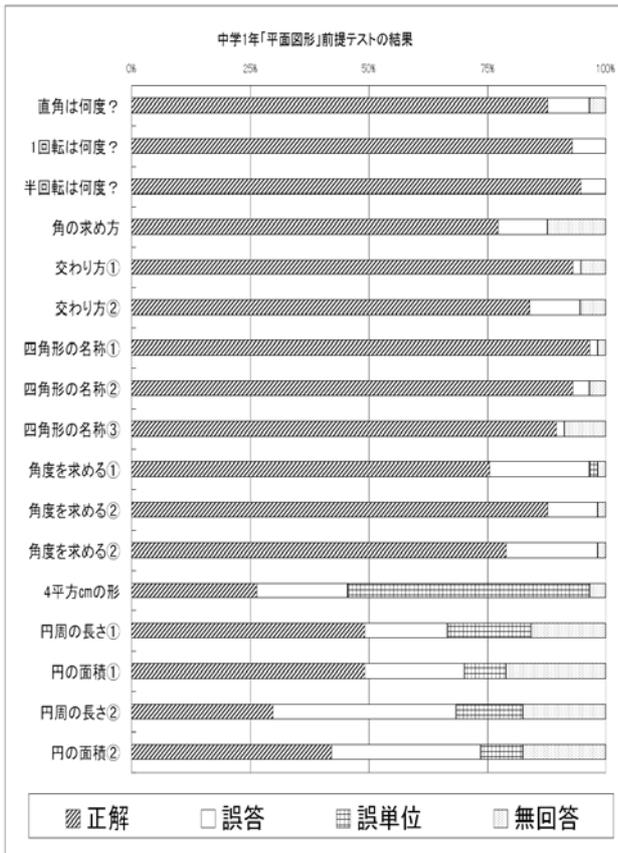


図2-7は、前提テストの結果である。正解の割合が特に低いものは、小学5年の「面積」と「円周と円の面積」であった。

図2-8 「平面図形」前提テスト (小学5年「面積」)

★小学5年 「面積の求め方を考えよう」(面積)の問題  
下の三角形や平行四辺形の中から、面積が4cm<sup>2</sup>になるものを全てに色をぬりなさい。

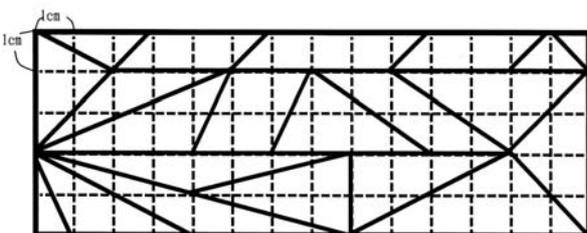


図2-8は、小学6年の「面積」の問題である。この問題は、方眼紙上にかかれた三角形や四角形の中で、面積が4cm<sup>2</sup>になるものを全て選び、色を塗るものである。まず、多くの子供が「全て」選ばなかった。全部で10箇所を選ぶ必要があるが、半分ほどしか見つけられなかった子供が多かった。三角形と平行四辺形の面積の求め方がわからない子供もいた。

次に、小学5年の「円周と円の面積」については、直径を与えたものと、半径を与えたものと2問を出題した。どちらも公式を覚えていることと、直径と半径の理解が不十分であったと思われる。小学校では、円周の長さや円の面積の公式を

$$\begin{aligned} \text{円周の長さ} &= \text{直径} \times 3.14 \text{ (または円周率)} \\ \text{円の面積} &= \text{半径} \times \text{半径} \times 3.14 \text{ (または円周率)} \end{aligned}$$

と学習しているが、中学校では、

$$\begin{aligned} \text{円の半径を } r, \text{ 円周率を } \pi \text{ とすると, 円の円} \\ \text{周の長さ } l, \text{ 面積 } S \text{ は} \\ l &= 2 \pi r \\ S &= \pi r^2 \end{aligned}$$

とかける。

と、文字と $\pi$ を使い学習を進めていく。ここで予想されるつまずきの一つは、小学校で使っていた「直径」を、中学校では「半径」を使って表すことである。

また、「無回答」とする子どもの割合が、小学校よりも増えていることに注意したい。割合が増えた理由としては、今までの積み重ねができていないために、今の学習が不十分になり、不安から学習への関心が低くなった表れだと考えられる。確かに、小学校の算数よりも、中学校の数学のほうが学習内容も難しくなり、量も増えている。指導者は、算数での小さなつまずきを早く、的確に把握することが必要となると考える。そのためにも、細かく丁寧な学習指導が大切である。

### (2) 実践授業に向けて

中学校においても、小学校と同じく、数学的活動を多く取り入れ、学習内容の系統性を重要視した授業を計画した。取り扱う単元は1年の「平面図形」である。今回の単元では、基本の作図が扱われ、より多くの作業が必要である。また、図形を頭の中で操作する思考的な活動もある。それら

の活動のためにも、具体物の操作や観察は必要となる。初めから何のイメージもなく、頭の中で図形を操作することは困難である。具体物による操作が充分に行われ、初めて思考的な活動が行われると考え、そのための教材開発にも取り組んだ。

また、一方的な講義形式に偏らないような授業形態にも注意した。指導者の投げかけから始まり、ひとりの子どもの疑問が全体の課題となり、ひとりの解決が全体の解決となるよう、指導者と子どもたちとのやり取りの中から、課題解決へつながる形態も取り入れた。

さらに、小学校の学習内容と今後の学習内容も十分に把握し、必要であれば小学校の内容を復習し、学習内容の範囲にとらわれず、未習内容に踏み込んだ学習も大切であると考えた。子どもの学力実態でも触れたが、今回は、円の計量についての理解が大切である。今回の単元で扱われるおうぎ形の計量では、円の計量を出発点として学習を進めるからである。

「平面図形」の単元で扱う基本の作図では、定規とコンパスだけで作図が行われる。小学校での作図に関しての経験も大切である。しかし、定規は長さを測るためではなく、直線をひくためだけ

表2-5 1年数学 「平面図形」学習計画（第1時～第3時）

小中一貫指導計画 中学校第1学年 ⑤平面図形（14時間）第1時～第3時  
 ※ 関心・意欲・態度の観点（○）は、1つの単元の学習を通して評価する。

時	子どもの学習活動 数学的活動	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
0	□既習理解度の確認 ・前提テストを受ける。	・前提となる既習の理解度を把握して指導に生かす					以前の学習 → 学習系統 → 今後の学習
1	1 直線図形と対称 ①【直線と角】（1） ・図形の基本（用語）や意味を作図を通して理解する 持ち物：三角定規 コンパス、分度器  直線、線分の意味(122-5,6)  2点間の距離の意味(122-9)  角(∠)の意味と表し方(122-14)  垂直(⊥)な2直線、平行な2直線の意味と表し方(124-8,11)  垂線(124-8,11)	・作図を通して図形に対する感覚を豊かにさせる。 ・「数直線定規」から想起する「直線はどこまでもつづく」「線分は端と端がある」 ・2本の直線が交わる		○	○		・直線、線分、半直線、2点間の距離、角それぞれの表し方と意味理解【発表・ノート】  4年 「かどの形を調べよう」 角のはかり方とかき方(分度器) (分度器を使った角度の書取り、読取り) 5年 「直線の交わり方を調べよう」 垂直、平行
2	①【直線と角】（2） ・図形の基本（用語）や意味を作図を通して理解する 持ち物：三角定規 コンパス、分度器  点と直線、平行な2直線の距離の意味(124-19)(125-14)  適応題 p125③を三角定規を使って解く(作図)  三角形をかくこと(多角形、正多角形)(123)(128-8)  適応題 p123②を解く(作図) 適応題 「コンパスと三角定規で正八角形を作図する」(p128③)	・作図を通して図形に対する感覚を豊かにさせる。 ・「最短距離」 ・「レールの枕木」  ・「線分で囲まれた図形」				○	・平行な2直線の意味と表し方がわかっている。【ノート】  4年 「三角形を調べよう」 二等辺三角形、正三角形 ・与えられた条件で三角形や正多角形を工夫して作図する。【ノート】
3	②【対称な図形】（1） 持ち物：三角定規 コンパス、分度器、はさみ ・図形の基本（用語）や意味を作図や作業を通して理解する  線対称の意味と線対称な図形の性質(129-14,15)(130-15)  ・折り紙を折る操作を通して線対称な図形の性質を理解する(p130例1) 適応題 p131②を解く  中点、垂直二等分線の意味(131-3,6)  ・折り紙を折る操作を通して線対称な図形の性質を理解する 適応題 p131③を解く	・折り紙（正方形の紙）を折ったり、切ったりさせて、ひし形などを作らせる  ひし形の性質 辺の長さがみんな等しい四角形をひし形といいます  ・さきにつくった「ひし形」の紙を利用する（書き込み）				○	「線対称な図形の性質」 対応する2点を結ぶ線分は、対称の軸と垂直に交わり、その交点から、線分のお互いまでの距離は等しい。  5年 「直線の交わり方を調べよう」 ひし形  ・線対称の意味と線対称な図形の性質を理解している【ノート、発表】  ・中点、垂直二等分線の意味がわかっている。【ノート、発表】

に使われることがある。また、コンパスは、円をかくだけではなく、等しい長さをうつしとる事にも使われる。このように、ある程度の制限の中での作図は初めてのことと考えられる。このような「違い」についても、指導者は十分に把握する必要があると考えた。

このような、今回の実践授業での留意点は、小学校での実践授業でも大切にしてきた視点であり、本研究の構造の柱でもある。これらのことを踏まえ、学習計画を作成し、実践授業に取り組んだ。

今回の実践授業では、学習プリントを利用した。穴埋めをして授業を進めるものではなく、図を観察したり、操作したりすることで、「考える活動」を増やすためである。これは、指導者からの要望でもあった。筆者自身の経験からも、作図などは時間をかけた活動も必要であるが、図形の説明などにおいて、正確な図を子どもたちに描かせることは困難である。また、練習課題に取り組むと、はじめから土台となる図形を正確に描く必要がある。このような下準備にあたる部分をプリントで用意し、「考える活動」の時間を確保するためにも、今回の実践授業では学習プリントを利用した。

また今回の学習計画は、平成18年度より京都市で使われる教科書が新しくなることもあり、新教科書に沿って学習計画を作成した。表2-5はその計画表である。計画表右端の学習系統については、小学校算数と同様であるが、新教科書では、本年度まで利用している教科書と学習する順序に変更点があるため、現教科書で扱われている内容とページ数を計画表内に記した。

### (3) 実践授業を通して

第1時は、平面図形の基本的な用語の学習を行った。そこで以下のような課題に取り組んだ。

ある古い書物の中に、次のようなことが書かれています。

「丸石から大岩に向かってまっすぐに歩いていくと、左側に見えていた3本杉が、2本に見える所がある。その地点で左へ直角に曲がり、さらに進むと、3本杉がふたたび2本に見える所がある。宝はそこまうまっている。」

下の地図に適当な線をかきこんで、宝がうまっている地点を見つけましょう。

この課題で、大事にした点は、用語を正しく理解することである。子どもたちが今まで使っていた「まっすぐ」や「直角」をどこまで正確に理解しているか、また、その正確さを他者へ説明できるか、などに重点を置いた。そこで、どこまで正確に用語を把握しているか、子どもと指導者がつかむため、課題に示されたとおりに動くことを、子どもたちに体験させた。写真2-6はその活動の様子である。

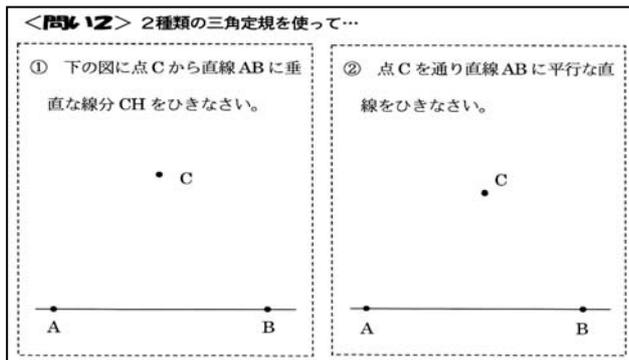
写真2-6 問題の通りに動く

問題文の指示通り、PからQまで「まっすぐ」に進み、決められた地点で「直角」に曲がる、といった動きを体験させた。「まっすぐ」



については、「目標物を見つけて進む」「ロープなどをびんと張って、その上を歩く」などの意見が出た。「直角」については、「分度器を使う」の意見の他に、「コンパス(方位磁針)で90°をはかる」などがあつた。ここで、何か「道具」を使うと誰でも、いつでも「まっすぐ」や「直角」が表せるとの意見が出た。このようにそれぞれの用語について、今まで子どもたちが理解していたことを、もう一度、整理し、統一した認識を持つことができた。その他「直線」「線分」「2点間の距離」「角の意味と表し方」「垂直な2直線、平行な2直線の意味と表し方」「垂線」などについても同じように、言葉の整理を行った。図1-12に示したように、「角」「垂直」「平行」の定義については小学校でも学習はしているが、それらの定義をすらすらと言える子どもはいなかった。ここで改めて定義から整理すると、定義の意味を理解しやすいとの声も子どもから聞かれた。

第2時は、前時の続きとして、言葉の整理を行ったが、簡単な作図を行った。作図の分野では線をひくためにもものさし(定規)を使うが、ものさしで長さをはかることにも当然使われる。しかし、本来は線をひく「道具」は「定木」と表すこともあるように、長さは測らず、まっすぐに線をひく道具として用いられる。このことを子どもたちに伝え、これから作図では、定木としてもものさしを使うようにルールを決めた。課題として、三角定規を使い以下のような課題を出した。



2種類の三角定規を組み合わせ「垂直」と「平行」を作図する課題である。「垂直」については、それぞれの三角定規に  $90^\circ$  の角があるので比較的早く作図方法を見つけれられたようであった。しかし、「平行」の作図については手間取っていた。一枚の三角定規を固定し、もう一枚を辺に沿わせてスライドさせることが想像できなかった子どもが多くいた。ひとりがその方法を見つけると、周りに広がっていったが、スライドさせて定規を使うことは、子どもたちにとって慣れた方法ではなかったようだ。その後、類題に取り組んだが、一度、方法がわかると子どもたちの取組も速やかになっていった。最後に、正多角形の課題に取り組んだ。内容は、指定された長さや角度の三角形や正六角形を作図するものである。表1-12にあるように、小学4年でコンパスの操作をするが、正六角形の作図では、子どもたちがこれまで、あまり「作図」に親しんでいないと思われる行動がみられた。表1-12にあるように、小学4年でコンパスの操作をするが、正六角形の作図方法の一例は、コンパスで円を描き、半径の幅のまま円周上に針を置き、印をうち、その印にまた針を置き、印をうつ、この作業の繰り返しで円周上に正六角形の各頂点ができ、それらを結ぶ方法がある。子どもたちは、このような方法ではなく、別で示した正六角形の辺の長さや内角を測り、正六角形を写したのである。このようなことから、子どもたちが作図慣れしていないことが予想された。そこで、指導者と打合せを持ち、機会を見つけて、なるべく多くの作図に取り組ませることにした。

第3時から、基本の作図の終了までは、「線対称」が重要な意味を持つ。そのため、具体物を使う活動を通して、「線対称」の意味理解を進めた。

まず、線対称な図形と対称な軸の定義、性質を紹介し、活動に入った。活動は教科書でも紹介されているもので、紙を折り、はさみで切って「ひ

し形」をつくるものである。この実物の「ひし形」の観察や、操作を通して活動を進めた。これは、図1-12にあるように、小学5年で扱われた「ひし形」でも行われた活動であるが、そのことを思い出すというより、実物の線対称を作ることで理解が進むと考えた。

その活動の中で、線対称になっているものは何かをたずねると、紙飛行機、五角形、折り紙の手裏剣、やっこなどが挙げられた。なかには、切り落とした図形に注目し、そこにも線対称の関係が見つけられるとの意見を挙げた子どももいた。これらの活動から、折り目にあたる線対称の軸の意味や、ぴったりと重なる辺から、等しい長さの辺についての理解をはかった。また、等しい長さの辺について、表し方の説明があつたが、対応する点の順番に注意して記述することなどの注意点が示された。さらに定着を深めるために、方眼のマスを利用し、線対称な図形を作図する課題に取り組んだ。

写真2-7 線対称を作る



線対称に関する学習を受けて、「垂直二等分線」と、その性質について説明した。これは言葉だけの説明ではなく、先ほどの活動で作成した「ひし形」を利用した。ひし形の折り目は垂直に交わり、その交点は、互いの折り目を2等分している。このことから線対称なひし形と、垂直二等分線に関する説明を行った。

第4時は、点対称についての学習を進めた。点対称の意味と性質の説明を行い、方眼の目盛りを利用した点対称な図形の作図に取り組んだ。

子どもの中には、線対称との区別がつきにくい場合もあったようだが、「折る」と、「回転させる」ことの違いで理解できたようであった。

ここでは、作図によって作った平行四辺形を切り取り、対角線をひき、交わった箇所が対称の中心を見つける作業を行った。この対称の中心にコンパスの針などをあて、注意して回転させるときれいに回る。このような経験から、中心の意味を理解した子どももいた。

また、点対称の図形の性質である、「対称の中心から、対応する2点までの距離は等しい」ことを、コンパスで確認する活動も行った。

第5時は、3時間設定した基本の作図の第1時間目である。この時間は、まず、作図の基本的なルールについて説明し、今まで紹介してきた用語の確認をしながら、垂直二等分線の作図に取り組むことにした。

作図のルールとは、本単元の第1時間目でも一度説明しているが、「定規」の使い方について。それから、コンパスの用途について説明した。コン

パスについては、小学校で円を描くときに利用しているが、数学の作図では円を描く目的より、長さを写しとったり、等しい長さで印をつけたりすることに多く使われている。子どもたちにとっては、新しい視点といえるであろう。円を描くことが、中心から等しい距離の点の集合を、あらわすこと、であると理解するには、これから、多くの作図の経験が必要である。

表2-6 1年数学 「平面図形」学習計画（第4時～第6時）

小中一貫指導計画 中学校第1学年 ⑤平面図形（14時間）第4時～第6時

時	子どもの学習活動 数学的活動	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
4	<p>②【対称な図形】(2)</p> <p>持ち物：三角定規、コンパス、分度器 はさみ</p> <p>・図形の基本（用語）や意味を作図や作業を通して理解する</p> <p>点対称の意味と点対称な図形の性質(132-22)(133-15)</p> <p>・折り紙で平行四辺形を作るなどする作業や操作を通して点対称な図形の性質を理解する。</p> <p>適応題 p133⑥を解く</p>	<p>・180°回転させると重なり合う図形</p> <p>・中心からの距離が等しいことをコンパスを使って示させる。</p>					<p>「点対称な図形の性質」</p> <p>①対応する2点を結ぶ線分は、対称の中心を通る。</p> <p>②対称の中心から、対応する2点までの距離は等しい。</p> <p>○</p> <p>・点対称の意味と点対称な図形の性質がわかる。【ノート】</p>
5	<p>2 基本の作図</p> <p>①【基本の作図】(1)</p> <p>持ち物：三角定規、コンパス、分度器 はさみ</p> <p>作図の意味(134)</p> <p>・作図を通して、その意味を理解する。</p> <p>垂直二等分線の作図する(134-15)</p> <p>・さきについた、折り紙のひし形をもとに垂直二等分線の性質と作図方法を理解する。</p> <p>適応題 p135①を解く</p>	<p>・作図…定規とコンパスだけを使う。</p> <p>・作図の手順に気をつける。</p>					<p>4年 「三角形を調べよう」二等辺三角形の作図</p> <p>5年 「直線の交わり方を調べよう」ひし形</p> <p>○ ○</p> <p>・作図の意味を理解し線分の垂直二等分線を作図することができる。【ノート】</p>
6	<p>①【基本の作図】(2)</p> <p>持ち物：三角定規、コンパス、はさみ</p> <p>角の二等分線を作図する(135-17)</p> <p>・ひし形の折り紙から角の二等分線の性質と作図方法を実際の作図を通して理解する。</p> <p>適応題 p136②を解く</p> <p>垂直二等分線の作図の応用</p> <p>垂線を作図する(137-17)</p> <p>・垂線には与えられた条件によって2通りの作図方法があることを知り、実際の作図を通して理解する。</p> <p>適応題 p137③を解く 適応題 p138④を解く</p>	<p>・作図の手順に気をつける。</p> <p>垂直二等分線の作図の応用</p> <p>・「直線上にある点を通る…」と「直線上にない点を通る…」の違いを明らかにする。</p>					<p>4年 「三角形を調べよう」二等辺三角形の作図</p> <p>5年 「直線の交わり方を調べよう」ひし形</p> <p>○</p> <p>・角の二等分線を作図することができる。</p> <p>○</p> <p>・垂線を作図することができる。</p>

次に、垂直二等分線の作図について学習を進めた。図 1-12 や表 2-6 の学習計画にもあるように、小学 4 年での「二等辺三角形の作図」と 5 年生の「ひし形」の内容が強く関連している。まず、5 年のひし形については、ひし形の対角線についての学習で、「ひし形の折り目は垂直に交わり、その交点は、互いの折り目を 2 等分している」と扱われたことと、この第 5 時までの学習で「ひし形」と線対称な図形との関わりを強く強調して学習を進めてきた。また、小学 4 年の「二等辺三角形の作図」では、その方法や等しい辺についての学習もしている。そこで、復習を兼ねてもう一度、二等辺三角形の特徴や性質について学習した。それらのことから、子どもたちの手元にあるひし形の中には、二等辺三角形が 2 対あること、それぞれの対角線が垂直二等分線になることに気付かせた。そして、線分を底辺とする二等辺三角形の、それぞれの頂点を結ぶことで、底辺の垂直二等分線になることを理解した。このあと、作図練習を行い、本時のまとめとした。

**第 6 時**は、角の二等分線の作図に取り組んだ。まず、作図する前に、自作のひし形の中にある、角の二等分線を探した。対角線がそれぞれの角の二等分線となっているわけだが、なぜ角が等しいといえるのかとの問いには、ひし形の操作から「半分に折るとぴったりと重なるから」と答えていた。次に、作図方法については、描き方の説明を先に行い、何度か練習をさせた。そこで、改めてなぜその方法で角の二等分線が作図できるのかを考えさせた。ひし形の操作からか、ひし形をキーワードに考えが発表された。結論として、「コンパスの幅がひし形の 1 辺の長さになり、角の二等分線はひし形の対角線になる」とまとまった。

続いて、垂直二等分線の応用として垂線の作図に取り組んだ。ここでは、「直線上にある点を通る」垂線と「直線上にない点を通る」垂線の 2 種類の垂線を作図する。ここでの子どものつまずきは、「直線上」の理解である。「直線上」を「直線より上」と理解してしまうことが多く、2 種類の垂線の区別なく作図していた子どもが多かった。そこで「直線上」の説明を行い、2 種類の垂線の作図を進めた。

**第 7 時**は、作図練習の時間とした。この単元で扱われている、基本的な作図として「垂直二等分線」「角の二等分線」「垂線 (2 種類)」のそれぞれ

の作図練習を行った。

**第 8 時**からは、円とおうぎ形についての学習へ進んだ。まず、算数での学習から、中心、半径、直径、円周などの用語の確認と、弧と弦についての説明を行った。次に円に対する理解を深めるために、円形の折り紙を折る操作に取り組んだ。円を半分に折って、直径を見つけ、さらにもう一度半分に折り、二本の折り目が交わった点が中心になるなど、子どもたちは積極的に取り組んでいた。最後に適応題に取り組んだ。以下のような問題である。

円は、点対称な図形といえますか。その理由も述べてください。

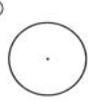
この問いに対し、全員が「点対称といえる」と答えたが、その理由を「円の中心を回転の中心として  $180^\circ$  回転させるともとの円とぴったり重なる」と正しく答えられた子どもは少なかった。主な答えには、次のようなものがあった。

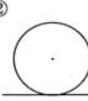
- 回転したら重なる
- どれだけ回してもぴったり重なる。
- 中心からの距離がどこでも等しい。
- 形が全部一緒

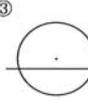
このように、点対称の定義にそったものではなく、点対称な図形の性質を挙げているものが多かった。理論的に説明することには、まだ不慣れであることがうかがえた。今後の課題である。

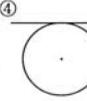
次に、直線が円に接すること、接線、接点の意味について学習を進めた。この内容は中学 2 年の「図形の性質と証明」において、円周角と定理で「円周上の点」や「共有点」などの用語で扱われる。全ての図形がある規則にしたがい、集められた点の集合である、と理解しておく必要がある。そこで、下のような課題で共有点に着目することとした。

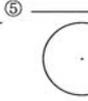
円と直線には、交点に注目すると下のような関係があります。

①  


②  


③  


④  


⑤  


交点は  個 交点は  個 交点は  個 交点は  個 交点は  個

この課題では、円と直線のつながりは点であることを重視した。作図などでそれぞれの状態を観察すると、円と直線が交わっているときには、点で交わっているように見える。しかし、接してい

表2-7 1年数学 「平面図形」学習計画（第7時～第9時）

小中一貫指導計画 中学校第1学年 ⑤平面図形（14時間）第7時～第9時

時	子どもの学習活動 数学的活動	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
7	①【基本の作図】(3) 持ち物：三角定規 コンパス 練習問題(138) 練習問題(p138 練習①～③) ・観察, 実験, 操作を通して, 図形に対する直感的な見方 や考え方を深める。						・図形に対するいろいろな見方, 考 え方から図形の基本的な性質を理解 している, また, 作図などより図形 に関する用語記号について説明で きる。
8	3 円とおうぎ形 ①【円とおうぎ形の性質】(1) 持ち物：三角定規 コンパス, 分度器 円の弧と弦の意味と表し方(126-9,11) 弧や弦に対する中心角の意味(126-18) ・円の弧と弦の意味と表し方, 弧や弦に対する中心角の意 味について作図を通して理 解する。 適応題 p126①を解く 直線が円に接すること, 接線, 接点の意味(132-8,9,10) ・作図などを通して, 円と直 線との交点を調べる中で 「接する」「接線」「接点」 やそれらの性質を理解する 適応題 p132④を解く。	・弧の記号に注意する。 ・接点は直線と円との共有点 であることをおさえる。 ・(丸い折り紙)					「円の接線の性質」 円の接線は, その接点を通る半径に 垂直である 4年 「まるい形調べよう」 円の作図 中2 「図形の性質と証明」 円周角の定理(円周上の点, 共有点) ・円の弧と弦の意味と表し方, 弧や弦 に対する中心角の意味について理 解している。【ノート, 発表】 ・直線が円に接すること, 接線, 接点 の意味がわかる。【ノート, 発表】
9	①【円とおうぎ形の性質】(2) 持ち物：三角定規 コンパス, 分度器 おうぎ形とおうぎ形の中心角の意味(127-3,5) ・折り紙を折ったり, 作図を通し ておうぎ形の意味とその中心角 の意味を理解する。 適応題 p127②を解く 等しい中心角に対する弧の長さの関係(127-17) ・折り紙を折る操作を通じて 等しい中心角に対するこの 長さの関係を理解する。 合同の意味(127-19) ・さきの折り紙の操作から「合 同」の意味について考え, 理解する。 適応題 p128 練習①を解く。	・丸い折り紙を折る中で, 円 の中心などもあらわれてく る。 ・長さが合う, 角の大きさが 合う, 図形がぴったりと重 なることが合同であることを おさえる。					1つの円で, 等しい中心角に対する この長さは等しい。 4年 「かどの形を調べよう」 いろいろな大きさの角(おうぎ形) ・おうぎ形とおうぎ形の中心角の意 義が理解できている。【発表, ノート】 ・等しい中心角に対する弧の長さの関 係を理解している。【発表, 作業】 中2 「図形の性質と証明」 証明(合同) ・合同の意味や対応する点, 辺, 角の 意味を理解している。【ノート】

るときには, 1点で交わっているように見ることはできない。直観で理解するのではなく, 理論的に分析し, 考えを深める活動である。そのために, 指導者は子どもからの意見をつなぎ合わせ, 全体の理解を深めていた。

第9時は, おうぎ形の学習を進めた。図1-12にも示したが, おうぎ形は, 小学4年の「いろいろな大きさの角」で扱われている。そこでは, おうぎ形を円の一部としているのではなく, 独立した形として扱っていることに注意する必要がある。この時間からは, おうぎ形を円の一部として

扱うこととした。おうぎ形が、円の一部との理解を深めるために、円形の折り紙の操作を行った。円形の折り紙を半分に折り、その時の中心角を調べる。さらに半分におり、中心角を調べる。この操作を可能な限り繰り返した。

次に、等しい中心角に対する弧の長さについての関係を調べた。折ることを繰り返した円形の折り紙を広げ、中心角と弧の長さを観察することで、理解が深まった。また、中学2年での「図形の性質と証明」で学習する「合同」についてもこの観察を通して、説明し理解を深めた。

第10時では、円の計量について学習を進めた。まず、小学5年で学習した、円の周の長さや面積についての公式を復習した。前提テストでも、正解率が低かった内容である。子どもたちに、それぞれの公式を確認すると、約半分は正確に答えていたが、残り半分については、直径と半径が区別できないなど、正確に覚えてはいなかった。ここで再度、公式の確認を行い言葉の式で表した。次に、この言葉の式で半径を $r$ 、円周率を $\pi$ で表し、文字の式で書き換えた。ここで、「直径＝半径 $\times 2$ 」

表2-8 1年数学 「平面図形」学習計画（第10時～第12時）

小中一貫指導計画 中学校第1学年 ⑤平面図形（14時間）第10時～第12時

時	子どもの学習活動 数学的活動	指導の留意点	評価の重点				指導目標と学習系統 【評価方法】
			関	考	表	知	
10	<p>②【円とおうぎ形の計量】(1) 持ち物：三角定規 コンパス</p> <p><math>\pi</math>の意味と<math>\pi</math>を使って円の周の長さや面積の求め方(139-15)</p> <p>・円周率<math>\pi</math>の意味を理解し算数(5年)で学習した円の面積と円周の長さを求める公式を文字式で表し、それらを利用して、円の面積や円周の長さを求める。 適応題 p139例1, ①を解く</p>	<p>・言葉の式<math>\rightarrow</math>文字の式 ・<math>\pi</math>は近似値の代わりなので文字の前にかく。 ・直径＝半径<math>\times 2</math> ＝<math>2r</math> ・半径<math>\times</math>半径＝(半径)<math>^2</math> ＝<math>r^2</math></p>					<p>円周＝直径<math>\times</math>円周率 , 円の面積＝半径<math>\times</math>半径<math>\times</math>円周率</p> <p>半径<math>r</math>の円の周の長さを<math>l</math>、面積を<math>S</math>とすると、 <math>l=2\pi r</math> , <math>S=\pi r^2</math></p> <p>・<math>\pi</math>の意味が理解でき、<math>\pi</math>を使って円の円周の長さや面積を求めることができる。</p>
11	<p>②【円とおうぎ形の計量】(2) 持ち物：三角定規 コンパス</p> <p>おうぎ形の弧の長さや面積の求め方(1)(141-10)</p> <p>・折り紙(はり扇)を折る操作から、おうぎ形の中心角ともとの円との関係を理解する。 適応題 p140②を解く</p> <p>・折り紙(はり扇)を折る操作を通して、おうぎ形は同じ半径の円の中心角<math>\div 360^\circ</math>倍であることを知り、おうぎ形の弧の長さや面積を求める公式の意味を理解し、それらを利用する。 適応題 p141③を解く</p>	<p>・円の何倍(<math>x/360</math>倍)になるのかを確認させる。</p>				<p>4年「かどの形を調べよう」 いろいろな大きさの角(おうぎ形)</p> <p>・おうぎ形とおうぎ形の中心角の意味が理解できている。【発表、ノート】</p> <p>・おうぎ形の弧の長さや面積を求めることができる。【ノート】</p>	
12	<p>②【円とおうぎ形の計量】(3) 持ち物：三角定規 コンパス</p> <p>おうぎ形の弧の長さや面積の求め方(2)(141-10)</p> <p>・おうぎ形に関する公式やおうぎ形の中心角に着目し比の関係をを用いて、中心角を求める意味を理解する。(p142例題1) 適応題 p142④を解く</p> <p>・おうぎ形に関する問題に取組む(p142練習①～③)</p>	<p>・一次方程式としての解法と、比を利用した解法。</p> <p>・中心角を求めてから面積 ・中心角は？の面積を求める。</p> <p>・公式の活用</p>				<p>・おうぎ形の中心角の意味が理解できている。【発表、ノート】</p>	

の関係から、直径を「 $2r$ 」と表現することに、抵抗を示す子どもがいた。「文字の式」の学習で扱われた内容であるが、もう一度丁寧に説明を行った。これは、ある言葉を別の言葉で言い換えることへのつまずきで、以前から予想されていたことであつた。そのため、いくつかの説明が準備されていた。以下にその一例を示す。

(代金500円の払い方)

$$\begin{aligned} 500 \text{ (円)} &= 500 \text{ (円硬貨)} \times 1 \text{ 枚} \\ &= 100 \text{ (円硬貨)} \times 5 \text{ 枚} \\ &= 50 \text{ (円硬貨)} \times 10 \text{ 枚} \quad \text{など} \end{aligned}$$

ここで、円周率の値を「3.14」だけでなく、小数点以下40桁まで紹介した。すると、子どもの一人が、それ以上の桁までの暗唱を始めた。それは、紹介したものの倍以上の小数点以下70桁までの円周率であつた。他の子どももそれには驚き、感心していた。

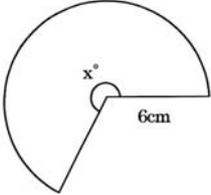
円の計量に関して、公式の使い方を例題で練習し、類題でさらに理解を深めた。

**第11時**は、おうぎ形の計量について学習した。第9時の内容でも述べたが、小学4年でのおうぎ形の学習では、おうぎ形を円の一部としては捉えずに、図形の一つとして扱っていた。しかし、計量に関しては、円の一部として認識するほうが、理解しやすいと考え、円とおうぎ形のつながりを重視した指導を行った。おうぎ形は円の一部であり、面積や弧の長さは、おうぎ形の中心角から、円との割合で求めることができる。そこで、第9時でも活動したが、再度、円形の折り紙を用意し授業を進めた。操作は第9時の操作と同じである。第9時では中心角に着目したが、今回は、面積と弧の長さに着目した。一度経験している操作なので、円とおうぎ形の関係についての理解は早かった。図1-13でも示したが、ここでのつまずきは、「割合」である。「 $\bigcirc\bigcirc$ に対する $\triangle\triangle$ の割合」といった表現の理解がなかなか進まなかったが、折り紙の操作をしながら説明を進めると、ほとんどの子どもが理解していた。割合についての理解が深まったため、おうぎ形の弧の長さや、面積の公式についての理解は早かった。今回の公式については、覚えることよりも、公式の意味を理解することを重視した。最後に、おうぎ形の弧の長さや面積を求める課題に取り組む、まとめとした。

**第12時**は、おうぎ形の計量の2時間目である。前時では、おうぎ形の半径と中心角が与えられ、

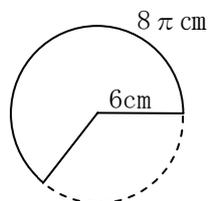
弧の長さや面積を求めた。本時では、半径と弧の長さや面積から、おうぎ形の中心角を求めることを学習する。前時の復習を行い、以下のような課題を提示した。

(例題) 半径6cm、弧の長さ $8\pi$ cmのおうぎ形があります。  
このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。



この課題については、自力解決の時間を設定した。集団解決の場合には、何人かの考え方を黒板に書かせ、それぞれの考えを発表させた。以下のような内容であつた。(C1~C3)

(C1)



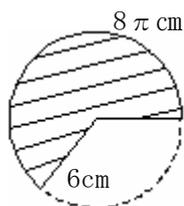
元の円の円周は $12\pi$   
中心角の大きさは、円周の大きさに比例するので、

$$\frac{8\pi}{12\pi} = \frac{2}{3} \quad \text{となり、}$$

$$\text{中心角は } 360^\circ \times \frac{2}{3} = 240^\circ$$

だから、おうぎ形の中心角は $240^\circ$ になる。

(C2)



円にして、その円を6等分にしたから、一個が $60^\circ$ になったから、斜線の部分は $240^\circ$ になる。

(C3)

$$6 \times 2\pi \times \frac{x}{360} = \frac{\pi}{30} x$$

$$\frac{\pi}{30} x \text{ と } 8\pi \text{ は等しいので、}$$

$$\frac{x}{30} \times 30 = x \quad , \quad 8 \times 30 = 240$$

$$x : 240 = 1 : 1 \quad \text{より、} x \text{ は } 240^\circ$$

(C1) の考え方は、今までの学習に沿ったものである。弧の長さや円周より、おうぎ形の円に対する割合を求めて、中心角を求める方法である。考え方の中に、「割合」と表現しないで、「比例する」と表現していた。そちらの表現のほうが、子どもにとっては、理解しやすいようであった。ただ、用語の使い方を間違えないために以下のように用語の整理を行った。

**「割合」(小学5年)**

ある量をもとにして、比べる量をもとにする量の何倍にあたるかを表した数。

**「比例する」(小学6年)**

ともなって変わる2つの量があって、一方をもう一方の値で割ると、いつもきまった数になるとき、2つの量は**比例する**といえます。

(C2) は、図を観察し、分度器で角度を測るなどの操作からの考えである。これは、具体的な操作で考えていることになるが、ここでは理論的に考察することを重視した。

(C3) は、本人は気がつかなかったようだったが、方程式を利用した解法である。一見するとそのようには見えないが、式の操作などは方程式の解法の考え方になっている。

第13時、第14時は単元のまとめとして、適応題に取り組んだ。

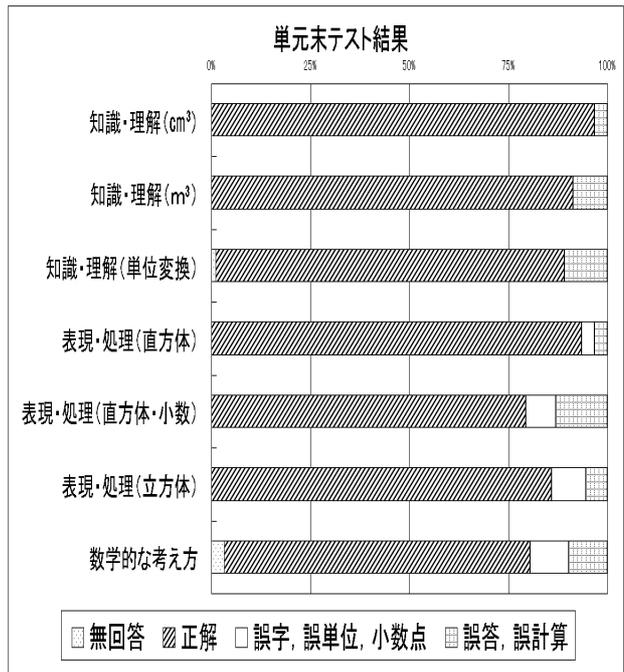
**第3章 研究の成果と課題**

**(1) 子どもたちの変容**

今回の実践授業では、単元に入る前の前提テストと単元終了後の単元末テストを行い、同じ時期に学習意識アンケートを行った。それぞれの変化を小学校、中学校の順にみていく。

小学校の単元末テストについては、「数学的な考え方」「数量や図形についての表現・処理」「数量や図形についての知識・理解」の3観点について出題した。図3-1はその結果をグラフに表したものである。

図3-1 小学6年 算数「体積」単元末テストの結果



「考え方」以外の観点については、ほとんどの子どもが正解している。しかし、「考え方」については無回答と不正解の解答が目立った。「考え方」については以下のような問題を出題した。(図3-2)

図3-2 算数単元末テスト「体積」(考え方)

3. 1辺が1cmの立方体を右の図のようにならべ、これを8だん重ねて、直方体をつくろうと思います。立方体は全部で200個あれば足りると思いますか。理由を書いて答えてください。

この問題では、1段目の立方体の個数を知ることと、段の積み重ねの考えが必要になってくる。授業中の操作で、実際に段を積み上げることを経験しているので、多くの子どもが解答すると予想していた。しかし、「無回答」の子どもにその理由を尋ねると、問題の「足りると思いますか。」については「足りない」と答えられても、「理由」については、「どう書いてよいかわからなかった。」とのことであった。実践授業でも、自分の考えをノートに書くことや、人前で意見を発表する機会を多く設定していた。しかし、まだ充分とはいえ、今後も必要な活動であると考えます。

次に、学習に対する意識について、実践授業の前後で行ったアンケートの結果からみていく。

図 3-3 事前・事後 学習意識アンケートの比較 (小学校)

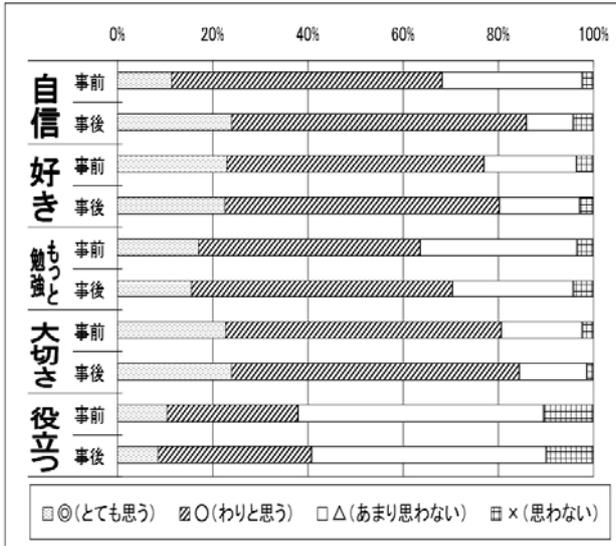


図 3-3 はアンケートの結果である。各項目で上段が授業前、下段が授業後である。どの項目でも授業後では、「とても思う」「わりと思う」と答えた子どもが増えている。しかし、「役に立つか」との質問には、授業後でも半数以上の子どもが「あまり思わない」「思わない」と答え、学習の内容が自分たちの身の回りで役立っていないと感じているようだ。

最後に、事後アンケートの記述部分について見てみる。ここでは、今回の体積の授業で、「楽しく感じたのは?」「やる気が出たのはどんなとき?」「もう一度学習するならどんな風にしたい?」「感想など」についてたずねた。以下のような記述がみられた。

「楽しく感じたのは?」

- 積み木 (1 cm<sup>3</sup>) を使って勉強したとき。
- プールの容積を量ったとき。
- 立体の箱を作るときがおもしろかった。
- みんなで説明しあったとき。

「やる気が出たのはどんなとき?」

- 実際に作ったりしたとき。
- 班やグループでやる (活動する) とき。
- やり方がわかったとき。

「もう一度するなら」

- 自分でつくった立体や友達がつくった立体の体積を計算してみたい。

- 球の体積をやってみたい。円柱の体積をやってみたい。
- 琵琶湖の水の体積を求めたい。
- 学校の建物の体積を求めてみたい。

「感想」

- 体積の勉強は実際に直方体や立方体を作ったので、わかりやすく勉強できました。
- 体積はおもしろいです。知れば知るほど知りたいという意欲がわく感じです。
- やっぱり算数は楽しい、けっこう面白かったし、難しいのもあった。
- 体積は色々な求め方があってすごくおもしろいし、生活にも役立つと思います。

このような記述以外で気になったのは、無記入の子どもたちである。授業中は積極的に活動し、話し合いでも意見を発表していたが、文章で書くことに対して苦手なのか、空欄で提出した子どもが少数いた。授業の中で自分の意見をノートに書かせる指導はしており、授業中はちゃんと記述していた子どもでも無記入であった。テスト結果の分析でも述べたが、今後も継続して指導する必要があると考える。

次に、中学校での変化をみってみる。中学校でも小学校と同様に実践授業の前後で、テストと学習意識に関するアンケートを行った。授業中の様子などでは、積極的に作図に取り組み、自分の意見を発表し、折り紙などの操作も進んで行っていた。単元末テストにおいても、作図や考え方について、学習の成果が見られた。しかし、テスト結果からは、新たな課題が浮かび上がってきた。

図 3-4 中学1年 数学「平面図形」単元末テストの結果

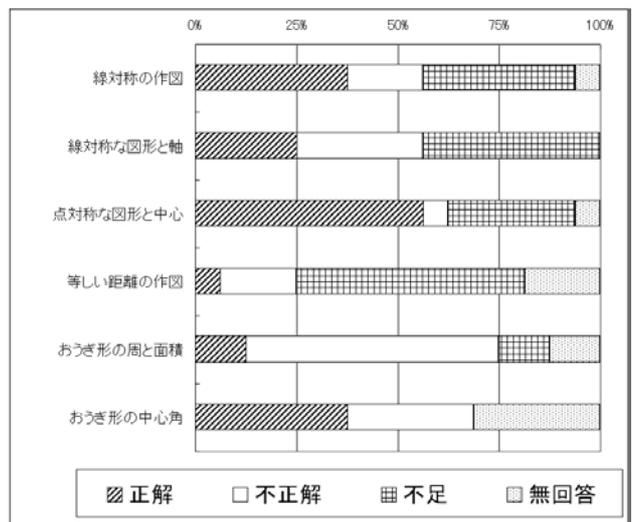


図 3-4 は単元末テストの結果である。問題の内

容は、完全解答の設問が多く、授業では扱っていない問題も、発展問題として出題した。そのため、作図において、直角の記号がないもの、線対称の軸の本数が足りないもの、2点からの距離が等しい点を1箇所見つけられなかったものなどについては、不十分な解答と判断した。特に、考え方や計算方法は正しいが、問題の意図を正しく理解できず、正解にならなかったものは、以下の問いであった。

図3-5 数学単元末テスト「平面図形」(等しい距離の作図)



図3-6 数学単元末テスト「平面図形」(おうぎ形の周と面積)

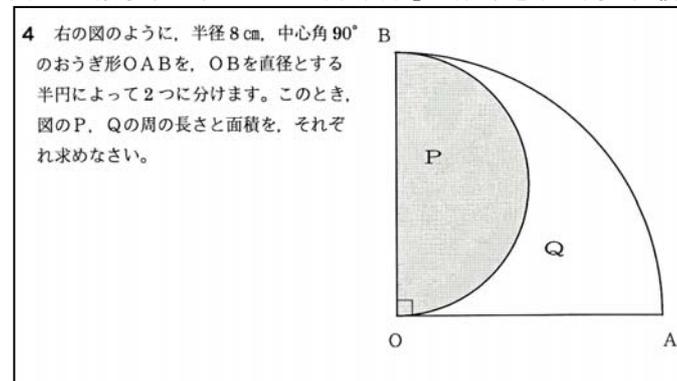
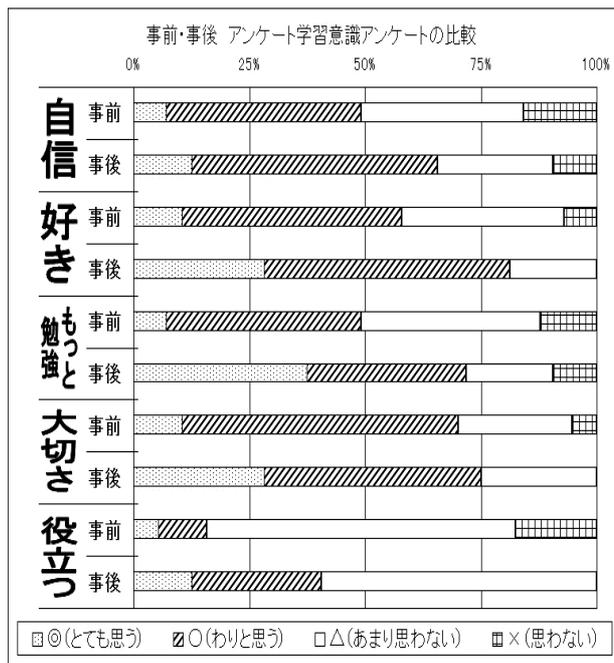


図3-5の問題では、2点A、Bの垂直二等分線と、円Oの円周との交点となる2点が正解となる。この問いに対して、解答のほとんどが、2点A、Bの垂直二等分線の作図はしている。しかし、「不足」と判断した解答の多くは、2点A、Bから近い方の交点のみの解答であった。遠いほうの交点については、気がつかなかったようである。「条件を満たす点をすべて作図しなさい。」の問いであれば、正解も多かったと思われるが、問題文を読み解く力について課題があると考えられる。同じような傾向が図3-6の問題についても見られた。ここでは「周の長さ」を、おうぎ形の弧の長さのみ、と判断したことでの間違いが多く見られた。文章の表現に不慣れなことも考えられるが、今後の課題として認識すべきである。

次に、学習に対する意識について、実践授業の前後で行ったアンケートの結果からみていく。質問内容は、小学校の調査と同様に、今回の授業で、「自信がついたか」「好きになったか」「もっと勉強したいか」「大切だと思ったか」「役に立つと思うか」について質問した。図3-7はその結果である。各項目の上段が実践授業前、下段が授業後である。

図3-7 事前・事後 学習意識アンケートの比較(中学校)



各項目とも、授業後では、肯定的に回答する割合が高くなっている。しかし、「今回の学習内容が役立つか」との問いに対しては、約3分の2が「あまり役立たない」と感じている。これは、小学校での調査結果でも同じようなものであった。小・中共通の課題として受け止めなければならない。最後に、記述部分の回答をしてみる。以下に挙げたのは、質問と主な回答である。

「楽しく感じたのは？」

- 折り紙で円を折ったり、コンパスでたくさんの線を作図したこと
- 作図すること
- 円周率で70桁を言ったとき
- 作図とおうぎ形の面積、弧の長さ

「やる気が出たのはどんなとき？」

- 弧の長さや面積を求めるときの計算
- 点対称や線対称の作図
- 前に出て発表するとき

○応用問題が解けたとき

「もう一度するなら」

○コンパスの使い方をよく覚える

○公式をちゃんと覚えておきながらやりたい

○垂直二等分線のかき方とか

「感想」

○小学校の時の「図形」と中学校の「図形」の違いを感じた。「 $\pi$ 」とかで、「数学」と「算数」の違いを感じた。

○正負の数や、方程式よりも何か楽しみがある。楽しんでやったら、結構いろんな知識が身に付いたと思う。

○平面図形の勉強では、とても言葉が多いと思った。

記述の中で、作図や折り紙の操作を楽しみながら取り組んでいたことが分かった。数学的活動の動的な部分である。また、理論的に考える活動においても、考えることの難しさや、理解できたときの充実感を述べた意見もあった。もっと難しい問題や作図にも挑戦したいといった、意欲的な意見もあった。

以上のことから、小・中の実践授業の成果として、実物を操作したり、観察したりする教材を用いたことで、子どもたちの意欲や理解に一定の効果があつたと考えられる。しかし、算数・数学の有用性や、問題文などの理解力などにおいては、今後の課題であると考えられる。

## （２）小中一貫教育はどのように進めればよいか

現在、京都市の小・中学校では、小中一貫教育への試みとして、様々な取組が行われている。様々なカリキュラムを構築し実践している取組もある。本研究では、新しいカリキュラムは作っていない。小中がつながるためには何が必要か、何をまずなすべきなのかを考えた。第1章でも述べたが、本研究では、小中一貫教育を進める上で、「学習目標の一貫性」「学習内容の系統性」「学習指導の継続性」「子ども理解の一貫性」の4視点を基盤として考えてきた。どの視点も、子どもの現状から始まり、子ども自身に返っていくものである。そして、これら4視点が共通して支えているものが、義務教育9年間の学力保障であり、進路保障であり、子どもの自己実現である。例えば、小学1年生での入学式で指導者が、目の前にいる新入生の9年後の子ども像を持つことが、大切である

と考える。9年後の子どもたちの姿を想像し、今の姿から、どうすれば9年後の姿になるのか、そのために必要な事は何かを小・中学校で考えることから、小中一貫教育は始まると考える。そのようなスタートから小中一貫教育を考えれば、また新たな取組も考えられるのではないか。そして、先ずやるべき事は、小中の子どもたちに限らず、教職員や保護者たちが、お互いにお互いを知ることから始め、相互理解を深めることが大切であると考えられる。研究協力校の先生方のアンケートでは、「小・中共に、教材研究ができて良かった」との声も聞かれた。

また、本研究で作成した「留意点系統図」については、子どもたちの実態に合わせ、さらに充実させていきたい。

## （３）算数的・数学的活動をどのように取り入れればよいか

今回の実践授業では、算数的・数学的活動を新しい取組としてではなく、今までの授業の中で重視してきた「活動」をもう一度、整理し見直した。そして、図形領域においては、具体的な操作のため、「実物」の教材を多く利用した。その効果として、指導者が予測しなかった子どもの操作から、考えや理解が広がることもあつた。今回、小学校では、「 $1\text{ cm}^3$ の積み木」「工作用紙で作る直方体と立方体」「 $1000\text{ cm}^3$ の立方体」「 $1\text{ m}^3$ の立方体の骨組み」「L字型の立体模型」「プールの縮小模型」を教材として利用した。ほとんどが自作のものであるが、それほど手間をかけずに作ることができた。これらの教材をできる限り、子どもたちの身近なところに置き、観察や操作をしやすいようにした。中学校では、「約 $5\text{ cm}$ 四方の紙片」「折り紙」「円形の折り紙」を利用した。平面図形では、理論として「折る」「切る」「重ねる」などの操作を必要としているが、子どもたちがそれらの操作を、どこまで経験しているかは把握しがたい。そのため、紙片や様々な折り紙で操作することを「活動」の中に取り入れた。過去に経験のある操作などでも、改めて経験することで、つまづきを克服し、新たな考えや、深い理解が得られたようである。子どもたちの感想でも、「活動」の印象が強かったことがうかがえた。また思考的な「活動」では、小学校などで、自分の意見を人前で発表する「活動」をよく見かけた。これは、順序だてて、理論的に考えを述べる、ことなどを目的として取り組

まれている。しかし、中学校では、特に数学の時間ではそのような取組はあまり見られなかった。そこで、子どもと指導者のやり取りをクラス全体の場で広げ、間違った表現や、あやふやな理解についてはクラス全体で直すことも行った。「活動」の方法については、これから改善する点はあるが、このような「活動」を授業に取り入れる事は必要である。

このような実践から、子どもたちの実態に沿った「活動」を、多く取り入れることが大切であり、子どもをつまづきを、克服させるためには必要である。また、思考的な「活動」においても、子どもの実態把握から始まり、子どもにかえる「活動」が必要であった。

#### (4) 今後、必要なことは何か

今回の研究で、最も大切にしてきた観点は、「子どもから始まり、子どもにかえる」事である。当然のことではあるが、やはり教育現場においては、大切な視点であると考えている。小中一貫教育や算数的・数学的活動を進めるにあたっては、同じことである。子どもの実態を正しく受け止め、分析し、子どもの自己実現に向け行動し、その行動の成果と課題を受け止める。すべては、子どものための「小中一貫教育」であり、子どものための「算数的・数学的活動」とならなければならない。本研究では、常にその点を大切に扱ってきた。今、必要とされていることを、子どもから受け取ることから始めた。子どもの実態から始められた「小中一貫教育」ならば、子どもにかえったとき、充実した取組となっていくであろうし、子どもの実態から始まった「算数的・数学的活動」ならば、その活動は、子どもの力となり自己実現の基礎となる。

先にも述べたことではあるが、今後、必要な事は、義務教育9年間に携わる指導者が、子どもの学力保障、自己実現に向け、共通の視点と目標をもち、子どもたちに関わることが必要である。また、算数・数学の教科指導においても、子どもから始まり、子どもにかえる指導が今後必要である。

子どもたちが、意欲的に取り組む姿については、実践事例でも見られたことであるが、二つの手だてをとった。

一つ目は、関心・意欲を高めるための「教材」である。そのために具体物を多く取り入れた。具

体物を多く操作し、深く観察するための教材を作成した。指導者は豊かな子ども理解を通して、関心・意欲を高めるための教材開発が必要である。また、教材の系統性、発展性について、義務教育の9年間を見通して把握し、教材開発を進めることも必要である。

二つ目は、子どもたちが安心して学習するための取組である。子どもにとって、学習での不安要素である「つまづき」から、関心・意欲が低下することが考えられた。そのため、学習のつまづきを中心に「留意点系統図」を作成した。つまづきの理由と原因から、その対応方法を指導者が知り、指導することで子どもたちは安心して学習に臨める。さらに、指導者が小・中それぞれでの「つまづき」を知ることで、子どもたちの学習の積み上げを理解することになり、子ども理解も豊かになる。このように、関心・意欲を高めるだけでなく、関心・意欲を低下させないための取組が必要である。

今回の実践授業では、京都市立東和小学校、室町小学校、烏丸中学校の教職員の方々と児童・生徒の皆さんにご協力いただいた。実践授業後に研究協力校の先生方にアンケート調査を行った。

「小中一貫教育で大切にしている事は何か」との質問には、学習指導の方法や教材研究、子ども理解について、今後も深めていく必要を感じているとの声が多かった。また、多くの機会でも小・中教職員の相互理解が必要であるとの声もあった。さらに、子どもたちの中に、小中のつながりが感じられる取組もこれからは必要であることも述べられていた。

#### おわりに

現在の教育現場には多くの課題が突きつけられている。社会の変化に伴って浮かび上がるものもあれば、これまでも課題として取り組まれているものもある。今回の研究では、その課題に、真正面から取り組まれている教職員の方々に、多くめぐり合うことができた。どの教職員の方々も子どものことを第一に考え、率先して取り組まれる姿がそこにはあった。そして、本研究がその幾分かの力になればと考えていた。最後に本研究に多岐にわたり御協力頂いた京都市立東和小学校、室町小学校、烏丸中学校の教職員の方々に、実践授業で熱心に学習に取り組んだ子どもたちに心から感謝の意を表したい。